**Universidad de Costa Rica**

**Sede del Atlántico**

**Escuela de Formación Docente**

**Seminario de Graduación para optar por el grado de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática**

# Propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal, dirigida a docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de Turrialba

**Integrantes:**

Wendy Camacho Ortega

Justin Fernández Ortega

Wilmer López González

Gabriela Sandoval Loaiza

Josué Washington Castro

2024

**Índice de contenido**

Índice de contenido ..... 2
Índice de tablas ..... 4
Abreviaturas del documento ..... 5
Dedicatorias ..... 6
Agradecimientos ..... 8
Resumen ..... 9
Capítulo I. Introducción ..... 14
1.1. Antecedentes contextuales ..... 14
1.2. Justificación y delimitación del problema ..... 17
1.3. Objetivos de la investigación ..... 23
1.4. Contextualización institucional ..... 24
Capítulo II. Estado del Arte ..... 28
2.1. Investigaciones Nacionales ..... 28
2.2. Investigaciones Internacionales ..... 32
2.3. Aportes teóricos y metodológicos en relación con el objeto de estudio ..... 36
Capítulo III. Marco Teórico ..... 40
3.1. Población indígena cabécar ..... 40
3.2. Educación indígena y etnoeducación ..... 44
3.3. Etnomatemática ..... 47
3.4. Currículum en Matemática ..... 55
3.5. Unidad Didáctica ..... 60
3.6. Función Lineal ..... 64
3.7. Estrategias metodológicas de la función lineal ..... 67
3.8. Dificultades en el aprendizaje de la función lineal ..... 68
Capítulo IV. Marco Metodológico ..... 71
4.1. Enfoque, diseño y alcances de la investigación ..... 71
4.2. Sujetos de estudio ..... 75
4.3. Fuentes de información ..... 76
4.4. Técnicas para la recopilación de información ..... 77
4.5. Validación de los instrumentos ..... 81

4.6. Análisis de datos ..... 81
Capítulo V. Reporte de hallazgos ..... 84
5.1. Análisis de entrevistas a profesores ..... 85
5.2. Análisis de entrevistas a nativos ..... 95
Capítulo VI. Propuesta Didáctica ..... 113
6.1. Propuesta didáctica ..... 113
Capítulo VII. Conclusiones ..... 130
Capítulo VIII. Recomendaciones ..... 136
Referencias ..... 139
Anexos ..... 153

## Índice de tablas

Tabla 1 ..... 84
Tabla 2 ..... 110
Tabla 3 ..... 110
Tabla 4 ..... 111

**Abreviaturas del documento**

| | | |
|---|---|---|
| CLEI | …….. | Consejo Local de Educación Indígena |
| DEI | …….. | Departamento de Educación Intercultural |
| GAM | …….. | Gran Área Metropolitana |
| MEP | …….. | Ministerio de Educación Pública |
| PISA | …….. | Programme for International Student Assessment |
| SERCE | …….. | Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo |
| SI | …….. | Sistema Internacional de Unidades |
| TIC | …….. | Tecnologías de la Información y Comunicación |

## Dedicatorias

*Dedico este logro, a Dios, por permitirme llegar hasta esta etapa tan especial de mi carrera profesional, por darme fuerzas cada día para seguir alcanzando mis metas.*

*A mi madre, Sandra; mi padre, Randall y a mi hermano, Jean Carlos, por haberme formado siempre con valores, hábitos y buenos sentimientos, los cuales me han permitido forjar un mejor futuro. Por su amor incondicional y apoyo moral, su fe en mí, incluso en los momentos más difíciles, han sido luz para concluir este camino académico.*

*A mi pareja que siempre me ha brindado su apoyo, amor y comprensión en todo mi trayecto universitario y a nuestro bebé que aún está en mi vientre, pero, desde que supe que llegaría ha sido mi fortaleza y motor para continuar este proceso y poder culminarlo con éxito.*

***Wendy Camacho Ortega***

*Quiero dedicar este logro, a Dios, que siempre ha sido una guía constante en los momentos difíciles.*

*A mi amada familia, a mi madre, Ana; a mi padre, Hernán, que con su apoyo han sido mi mayor fortaleza. Cada logro es un reflejo de la dedicación que han depositado en mí. A mis hermanos, mis compañeros de vida, agradezco su paciencia y complicidad en este camino. Este logro no solo es mío, sino de todos ustedes que han sido mi fuente inagotable de apoyo, inspiración y amor incondicional. A cada sacrificio que han hecho por mí, a cada palabra de aliento que me han brindado, les dedico este logro con todo mi corazón.*

*A Doña Mayra, persona especial para mí, aunque físicamente ya no está con nosotros, su espíritu vive en cada logro. Sé que, desde el cielo, su orgullo se suma a este logro. Gracias por ser una fuente eterna de inspiración. Este trabajo de graduación lleva impreso el amor, el sacrificio y la perseverancia de cada uno de ustedes. Sin su apoyo incondicional, este éxito no sería posible.*

***Justin Fernández Ortega***

*A mi madre, Erika, y a mi padre, Wilberth, por su amor y apoyo incondicional a lo largo de mi vida, gracias a que siempre me dieron las herramientas necesarias para mi formación académica pude convertirme en el profesional que soy hoy día.*

*A mi compañera de vida, Jeananie, quien me acompañó en cada instante de mi formación universitaria, y siempre me incentiva a mejorar como persona y como profesional, además, es la persona que más cree en mí y me muestra su apoyo en los momentos más difíciles.*

***Wilmer Andrey López González***

*Especialmente, a mis hijas, Arianna, Jimena y Helena, quienes dan sentido a mi vida, por la fortaleza, el amor, apoyo, paciencia y comprensión durante las diferentes etapas del proceso universitario, son mi inspiración, el motor de mi motivación y motivo por el que me esfuerzo todos los días.*

*A mi padre, Alfonso; a mi madre, Anabelle y a mis hermanos, Esteban, Kevin y Sebastián, por mostrarme que a pesar de las dificultades siempre se puede salir adelante, por su amor incondicional, su paciencia y apoyo en los distintos momentos, esta tesis es un tributo a su legado y a la admiración que siento por ustedes.*

***Gabriela Sandoval Loaiza***

*Deseo atribuir el fruto de esta investigación primeramente a Dios, quien me ha brindado la oportunidad de alcanzar muchos logros a lo largo de mi vida.*

*A mi familia, especialmente, a mi madre, Kattia, y a mi abuela, Flory, quienes representan los pilares fundamentales que sustentan mi existencia.*

*Mi gratitud hacia ellas es eterna, ya que me han guiado para convertirme en la persona que soy hoy. Fueron una fuente constante de inspiración que me impulsaron a no rendirme, a superar obstáculos y a siempre aspirar a la mejor versión de mí mismo.*

*Estas mujeres excepcionales no solo confiaron en mí, sino que también ofrecieron sus palabras de aliento a lo largo de todo este proceso. En definitiva, hoy soy el reflejo de la influencia y sabiduría de estas grandes mujeres a quienes amo y atesoro profundamente en mi corazón.*

***Josué Washington Castro***

**Agradecimientos**

*Queremos expresar nuestro más sincero agradecimiento al Lic. Leonel Castro Soto, nuestro director de Trabajo Final de Graduación (TFG). Su experiencia, comprensión, orientación y respaldo desempeñaron un papel crucial en el éxito de este proceso de investigación.*

*A la Dra. María Elena Gavarrete Villaverde y al M. Ed Javier Quirós Paniagua, por su valiosa asesoría, acompañamiento y contribuciones a nuestra investigación.*

*A los educadores entrevistados de los Liceos Rurales Grano de Oro y Kabebata de Turrialba.*

*Asimismo, hacemos reconocimiento para los miembros del CLEI de Alto Chirripó y los habitantes del territorio indígena cabécar que compartieron con nosotros sus costumbres, tradiciones y sabiduría ancestral, fundamentales para la realización de este proyecto.*

*Expresamos nuestra profunda gratitud a la Universidad de Costa Rica, recinto de Turrialba, por abrirnos sus puertas y permitirnos crecer en nuestra trayectoria profesional.*

***Wendy Camacho Ortega, Justin Fernández Ortega, Wilmer López González, Gabriela Sandoval Loaiza y Josué Washington Castro.***

## Resumen

La educación indígena en Costa Rica ha sufrido cambios, dando inicio en 1985 con la creación de la Asesoría Nacional de Indigenismo por parte del Ministerio de Educación Pública (MEP), hasta el año 2011, tras la reforma del artículo 78 de la Constitución Política costarricense, que declara la obligatoriedad de la educación preescolar, la educación general básica y la educación diversificada en el sector público y la obligación del Estado de velar porque esta ley se cumpla para todos los habitantes del país, incluyendo las poblaciones indígenas.

Las políticas se ven consolidadas con la puesta en práctica, en la asignatura de matemática, del plan de estudio en el año 2012 y la trasformación curricular en el año 2016, que procuran incluir en el aula elementos culturales de las poblaciones que se encuentran a lo largo del país.

En la mediación pedagógica de matemática es necesario considerar elementos culturales, la ubicación geográfica, el lenguaje, entre otros aspectos de las poblaciones estudiantiles, debido a que, presentan diversas características, como es el caso de la población indígena cabécar. De esta manera, se diseña una propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal dirigida a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y Liceo Rural Kabebata de Turrialba, la cual surge por la necesidad de atender la pluriculturalidad. Además, por la falta de literatura y apoyo a los docentes, que trabajan en estas instituciones y las dificultades que surgen en el proceso de mediación del contenido de función lineal.

La descripción de las instituciones involucradas en el estudio permite un acercamiento a la población en su contexto social y cultural. El Liceo Rural de Grano de Oro fue fundado en el año 1999, se ubica en la zona de Tayutic del cantón de Turrialba, pertenece

al circuito 05 del sistema educativo y se conforma por una población de 159 estudiantes tanto cabécares como no cabécares. Por otro lado, el Liceo Rural Kabebata fundado en el año 2006, se ubica en Alto Quetzal del cantón de Turrialba, pertenece al circuito 07 del sistema educativo y cuenta con una población de 144 estudiantes los cuales son todos de la etnia indígena cabécar.

El objetivo central de este trabajo ha sido analizar desde la etnomatemática, los factores socioculturales que inciden en el desarrollo del contenido de función lineal, para el diseño de una propuesta didáctica en las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de la Dirección Regional de Turrialba, que coadyuve en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Para lograr este objetivo, se realizó una descripción de los lineamientos del Programa de Estudio de Matemática y la política curricular Educar para una Nueva Ciudadanía; estos elementos se complementan con las estrategias de enseñanza utilizadas por los docentes en el contenido de función lineal y los factores socioculturales hallados en el trabajo de campo, posteriormente se elabora la propuesta didáctica en el contenido de función lineal presentada como producto de esta investigación.

La fundamentación teórica está compuesta por siete apartados relevantes: Población Indígena Cabécar, Educación Indígena y Etnoeducación, Etnomatemática, Curriculum en Matemática, Unidad didáctica, Función lineal y Estrategias metodológicas de la función lineal. En el primer apartado, Población Indígena Cabécar, que es la población bajo estudio, se tratan temas relacionados con la definición de población indígena, su lenguaje, su territorio, su preservación con la cultura, tradiciones y sus sistemas de cultivos.

En Educación indígena y Etnoeducación se desarrollan los conceptos de cada uno de los términos; además, de explicar la diferencia que existe entre ellos y los propósitos de la

educación indígena. En el apartado sobre Etnomatemática, se amplían conceptos relacionados con su definición, clasificación en entornos urbanos y rurales, las dimensiones del programa y los enfoques émico y el ético.

En Curriculum en Matemáticas se desarrollan conocimientos relacionados con el Programa de Estudios de Matemática, la Política Curricular "Educar para una nueva ciudadanía" y componentes relacionados al Planeamiento didáctico. En Unidad Didáctica (UD) se profundizan conceptos referentes a su definición, finalidades, estructura, la resolución de problemas y el aprendizaje situado, que son metodologías desarrolladas en la UD elaborada en el estudio.

Complementan la fundamentación teórica los apartados de función lineal y estrategias metodológicas de la función lineal donde se profundizan y amplían los conceptos relevantes a relaciones binarias, función, monotonía, las diferentes representaciones, un esbozo de elementos didácticos y un resumen de herramientas metodológicas para la enseñanza de la función lineal.

Metodológicamente, el estudio se enmarca como una investigación con enfoque cualitativo y con diseño etnográfico, debido a que se estudian cualidades de la cultura indígena cabécar de Turrialba. Por otra parte, la investigación posee dos tipos de alcances, el primero es el exploratorio, ya que es un tema poco explorado en el país y en la región especifica donde se desarrolla. Además, se tiene el alcance descriptivo, dado que se describen características de la cultura y cosmovisión de esta cultura.

Los sujetos de estudio y fuentes de información primaria corresponden a los docentes de matemática que laboran en los Liceos Rurales de Grano de Oro y Kabebata, así como los miembros que conforman el Consejo Local de Educación Indígena (CLEI) de la zona y los padres de familia de estudiantes pertenecientes al Liceo Rural Kabebata, institución donde

su población estudiantil es totalmente de la cultura cabécar. En este sentido, para la recolección de información se utilizaron entrevistas semiestructuradas y etnográficas, la observación y el análisis documental como técnicas de recolección de datos.

Para el análisis de la información se utilizaron las transcripciones de las entrevistas realizadas y se organizó la información recolectada dentro de las tres categorías de análisis establecidas: Políticas Educativas, Mediación pedagógica, así como Etnoeducación y Etnomatemática. Se buscaron patrones y vínculos claves entre la información obtenida con una inducción analítica.

La propuesta didáctica está compuesta por diferentes apartados como lo son: la fundamentación teórica de la propuesta didáctica, los problemas introductorios, la teoría matemática, los ejemplos, así como ejercicios émicos y éticos. En particular, la fundamentación teórica que se presenta en la propuesta didáctica es un resumen de los conceptos explicados en el marco teórico de esta investigación. Adicionalmente, la propuesta didáctica respeta la estructura mediante etapas que se plantea desde el programa de estudios.

Con respecto a la estructura de la UD, la etapa 1 busca propiciar el aprendizaje de nuevos conocimientos; aquí se presentan dos problemas introductorios émicos, que engloban aspectos relacionados a la cultura cabécar como lo son lugares propios de la zona, el cultivo de maíz, los cargos culturales, lugares sagrados y su forma de medir (medidas arbitrarias). En estos problemas iniciales se utiliza la notación tabular para acercar al estudiante al contenido en estudio y hacer la transición de medidas arbitrarias a medidas del SI (Sistema Internacional de Unidades), las cuales se utilizan se forma oficial en el MEP.

Luego se explica la definición formal de función lineal, la ecuación de la recta, el cálculo y los tipos de pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y la elaboración de gráficas. En esta sección, se brinda un ejemplo ético en donde el estudiante grafica una

función lineal utilizando la relación que existe entre la pendiente con la razón de cambio de los valores de $y$ entre $x$, lo que matemáticamente se representa como $m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$. Asimismo, se desarrolla un segundo ejemplo que es una situación problema de tipo émico.

En la etapa 2 se busca la aplicación de los nuevos conocimientos; se presentan cuatro ejercicios/problemas émicos, que están relacionados con aspectos culturales como la elaboración de chicha de maíz, el transporte de Turrialba al territorio indígena, así como el clan y la relación matrilineal. Posteriormente, se muestran cuatro ejercicios/problemas éticos contextualizados, pero que no incluyen la tradiciones, cosmovisión y cultura del pueblo cabécar. Estos ejercicios se incorporaron porque siguen una línea con el tipo de ejercicios de las pruebas estandarizadas del MEP, lineamientos que no se pueden pasar por alto.

Como hallazgos sobresalientes de la investigación se destaca la información obtenida por medio de los instrumentos aplicados en los que se evidencia la necesidad de rescatar la cultura de los pueblos indígenas, debido a que los jóvenes poco a poco se van ligando más a la cultura occidental, por ello utilizan mayoritariamente el lenguaje español y tienen más interés en esta formación occidentalizada o no indígena.

Por otra parte, no se evidencian la aplicación de los pilares de la política curricular y lo indicado en el programa de estudio por parte de los docentes pues no contextualizan situaciones con esta cultura, ya que no consideran los aspectos como costumbres, tradiciones y su cosmovisión dentro de los salones de matemática, donde es importante rescatar que en las instituciones no se imparte la materia de lengua y cultura cabécar.

# Capítulo I. Introducción

La historia de la educación indígena en Costa Rica ha sido expuesta a diversos cambios a partir de la creación de la Asesoría Nacional de Indigenismo por parte del MEP, desde el año 1985, hasta la publicación del Decreto Ejecutivo 37801, en el 2013. Con base en estos cambios, surge la Reforma del Subsistema de Educación Indígena, publicada con la finalidad de mejorar la calidad educativa de los pueblos indígenas. Las reformas mencionadas se ven consolidadas con la puesta en práctica, en la asignatura de matemática, del nuevo plan de estudio en el año 2012 y la trasformación curricular en el año 2016, que procuran incluir en el aula elementos culturales de las poblaciones que se encuentran a lo largo de nuestro país.

Este capítulo contiene la caracterización contextual sobre la educación indígena en Costa Rica; describe las características del Liceo Rural de Grano de Oro y del Liceo Rural Kabebata, así como las características de la población, que asiste a estos centros educativos. Además, se presenta la justificación y delimitación del problema de estudio y los objetivos que guían el proceso de investigación.

## Antecedentes contextuales

Con respecto a los pueblos indígenas de Costa Rica, Schliemann Radbruch (2012) y Borge (2012) mencionan que, actualmente, el 2.4% de la población nacional son indígenas y están distribuidos en ocho pueblos concentrados principalmente en la región sur. Los principales territorios son: Bribrí, Brunca, Térraba, Cabécar, Chorotega, Huetar, Maleku y Guaymí. Asimismo, hacen alusión a que solamente algunos de ellos conservan su lengua, sus tradiciones y costumbres.

Costa Rica tiene grandes avances con respecto a la educación indígena, iniciando desde 1985 con el reconocimiento de la población indígena costarricense, como lo menciona Borge (2012) en 1985, se crea la Asesoría Nacional de Indigenismo en el MEP, con ayuda de la Junta de Protección de las Razas Aborígenes de la Nación. De esta manera, se logra crear en el año 1986, la primera escuela indígena por parte del Estado costarricense, en la Colonia Militar San Bernardo. En 1990 el MEP y la Universidad de Costa Rica inician un programa de capacitación para maestros y un programa de educación bilingüe y bicultural, que se llevan a cabo en el territorio indígena de Talamanca de la etnia Bribrí y Cabécar.

En 1993 se crea el Subsistema de Educación Indígena, de acuerdo con el Sistema Costarricense de Información Jurídica (1993) en el decreto N°22072, el cual se reforma en el año 2003. En el artículo 2 de la reforma se mencionan algunos fines relacionados con la enseñanza de la lectoescritura del idioma materno y español; la divulgación de los derechos y obligaciones laborales; educación; salud; entre otros. Además, ofrece facilidades para la creación de instituciones y medios de educación.

Debido a la creación del Subsistema de Educación indígena, Fernández Aráuz (2018) menciona que en el año 1994 se establece el Departamento de la Educación Indígena en el MEP, ente encargado de la creación de los primeros colegios indígenas; primeramente, en 1995, se crea el colegio Sulayom en Amubri en el área de Talamanca; mientras que, en 1997 se crea el Colegio Boruca en la provincia de Puntarenas.

Por otra parte, tras la creación de instituciones de educación preescolar y primaria se crea un sistema o modalidad que brinda educación secundaria a esta población. Por este motivo, Ugalde (2012) y Cabezas (2013) afirman que en el año 1998, se creó la modalidad

de Telesecundaria; sin embargo, debido a que los programas de estudio fueron diseñados en México, se dieron diversos problemas en su aplicación, pues no contemplaron el contexto nacional y la cosmovisión indígena de los pueblos costarricenses, por lo que se valora la propuesta alternativa de crear los Liceos Rurales, que se encuentran en la zona indígena actualmente.

Por consiguiente, ante la creación de los nuevos centros educativos indígenas, Borge (2012) menciona que, para el año 2006, se reportó una matrícula de 12 035 estudiantes indígenas entre la etapa preescolar y secundaria, de los cuales 9448 se encuentran en primaria. Por lo que, las instituciones educativas presentan un 71% de población matriculada en primer y segundo ciclo, las cuales pertenecen a Talamanca, Limón y Turrialba.

Del mismo modo, Guevara Víquez y Solano Alpízar (2017) indican que, a partir del año 2011, se da una nueva organización a las oficinas centrales y cambia el nombre del Departamento de Educación Indígena por el Departamento de Educación Intercultural (DEI). En esta reorganización se ampliaron las funciones y los siguientes departamentos: Unidad de Educación Indígena y Unidad de Contextualización y Pertinencia Cultural, ente encargado de contratar técnicos y profesionales de diferentes culturas pertenecientes a nuestro país.

Se debe tomar en cuenta que, tras la reforma del artículo 78 de la Constitución Política costarricense en el año 2011, se declara la obligatoriedad de la educación preescolar, la general básica y la diversificada en el sector público. Aunado a esto, el Estado costarricense debe velar para que se le cumpla esta ley constitucional para todos los habitantes del país, incluyendo las poblaciones indígenas, como lo menciona el artículo 1° de la Constitución

Política donde se declara a Costa Rica como República libre, independiente, multiétnica y pluricultural.

Es importante resaltar que la trasformación en la educación indígena costarricense ha sido de manera gradual, conforme a las necesidades educativas que la población ha presentado con el transcurso de los años.

**Justificación y delimitación del problema**

En el área de educación matemática se debe considerar la contextualización en la planificación de los distintos momentos de la clase, tomando en cuenta: la cultura, la ubicación geográfica, el lenguaje, entre otros. Debido a que las poblaciones estudiantiles presentan diversas características, como es el caso de la población indígena cabécar, la cual requiere de una relación entre la cultura y la enseñanza de la Matemática.

En relación con el término etnomatemática, Ávila (2014) plantea que, a partir de los años ochenta muchos investigadores educativos enfocaron su mirada y atención en la matemática, que era producida por los grupos étnicos minoritarios, con respecto a contenidos como: conteo, medición, localización, entre otros, que se consideran parte de las labores cotidianas.

Por otra parte, Fuentes Leal (2014) indica que la etnomatemática, como campo de la investigación, ha tenido muchas definiciones y tendencias metodológicas en busca de una concepción de las matemáticas y el conocimiento. Las indagaciones tienen un objetivo en común, que es promover el respeto a la diferencia, la solidaridad y la cooperación para alcanzar un mundo más justo y digno para todos, al desmentir la cultura de la universalidad matemática.

Del mismo modo, Vásquez Hernández y Trigueros Rodríguez (2015) proponen que la etnomatemática desarrolla un papel primordial en el proceso de enseñanza y aprendizaje para lograr las habilidades planteadas, al integrar los conocimientos autóctonos que dan a conocer los adultos de las comunidades, los docentes y la comunidad en general.

Asimismo, al tomar lo mencionado por D'Ambrosio (2014), donde indica que "mediante la práctica de Etnomatemática, el educador está llegando a los principales objetivos de la educación de las matemáticas, con diferentes vistas para diferentes entornos culturales" (p.106), debido a ello se toman en consideración las características de las diversas poblaciones indígenas, se utilizará la etnomatemática para poder contextualizar la enseñanza de la matemática específicamente en la población indígena cabécar de Chirripó.

Por consiguiente, Camacho Brown y Watson Soto (2010) exponen que es preciso brindar una enseñanza de calidad a la población indígena cabécar, donde se consideren los valores, las tradiciones, las costumbres, los saberes y los rasgos culturales, estos aspectos permiten la contextualización y favorecen la motivación del estudiantado en la asignatura.

De forma similar, Camacho Brown y Watson Soto (2012a) aseguran que la comunidad cabécar requiere una educación centrada en el aspecto cultural y mencionan la dificultad que existe al llevar a cabo una contextualización activa. Ante esta información, resalta la necesidad de aplica propuestas didácticas que incluyan el enfoque de resolución de problemas y el contexto inmediato del estudiante, con la finalidad de introducir valores, tradiciones, costumbres y cosmovisión de los habitantes de la zona indígena cabécar a través de la etnomatemática.

Ahora bien, Ugalde (2012) y Monestel (2017) señalan la situación desventajosa, que ocurre particularmente con las investigaciones bibliográficas orientada a la educación indígena cabécar de Turrialba, en el área de la matemática, dado que, muestran una escasa contextualización, con esto se evidencia una clara necesidad de realizar trabajos con estrategias acorde a las necesidades de los estudiantes.

De la misma manera, Oliveras Contreras y Gavarrete Villaverde (2012) mencionan que existen diferentes indagaciones donde se "reportan resultados que reflejan una problemática relacionada con la falta de atención a la diversidad cultural en la educación matemática que incide de manera particular en los entornos indígenas" (p. 24). Una posible causa a esta falta de atención a la diversidad cultural se debe a que, la mayoría de los docentes que ejercen en este territorio no son nativos, es decir, no pertenecen a la etnia indígena cabécar, motivo por el cual no se logra desarrollar una adecuada contextualización educativa en los contenidos matemáticos, con base en las costumbres, tradiciones y cosmovisión de la población.

Por otra parte, con respecto al contenido de función lineal, presenta una escasez de trabajos enfocados en la población indígena cabécar de Turrialba. Adicionalmente, uno de los docentes que actualmente labora en este territorio indígena, afirmó mediante comunicación oral que el tema de funciones ha presentado mayores dificultades para contextualizar su enseñanza, donde se incluya las creencias y la cosmovisión de esta población, motivo por el cual es pertinente y viable desarrollar la misma. Es por esto, que el presente trabajo se inclina por plantear una propuesta didáctica en el contenido de función lineal que permita subsanar esta escasez.

Asimismo, Roldán Cruz (2013) se refiere a la importancia de abordar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la función lineal, al señalar que tradicionalmente en los centros educativos los docentes centran su interés al aspecto algebraico del concepto y omiten el análisis profundo y detallado de los elementos que permiten apropiarse del contenido de una forma más significativa.

También, Roldán Cruz (2013) menciona que la enseñanza del contenido de función lineal puede presentar dificultades, por el nivel de abstracción y por los aspectos importantes que algunas veces se suprimen, debido a esto, surge la necesidad de desarrollar la investigación enfocada en brindar estrategias que puedan mejorar los procesos educativos con la población en estudio.

Del mismo modo, Gallo Duarte (2018) refuerza la idea expuesta por Roldán Cruz (2013) al destacar en su estudio las falencias que se dan en la comprensión del concepto de función lineal, al resolver problemas y aplicar dicho concepto en diferentes contextos.

La teoría presentada por Gallo Duarte (2018) evidencia la poca relación que existe entre los elementos de la función lineal y sus representaciones, así como la resolución mecánica de ejercicios en los que no se establecen relaciones entre el dominio y su codominio. También se suelen desarrollar errores en procesos algebraicos, originados por falta de conocimientos conceptuales y procedimentales, que tienen los discentes y que al final los induce a cometer errores en la interpretación.

Igualmente, Fernández Álvarez et al. (2018) señalan que en la función lineal los estudiantes han presentado dificultades al relacionar el parámetro de la pendiente respecto a la inclinación de la recta. Además, en la relación existente entre la representación algebraica

y el trazo de la gráfica, así como la representación de las intersecciones con los ejes de coordenadas mediante el criterio de la función. Por otra parte, resalta que, la falta de dominio en conocimientos previos propicia las dificultades.

Del mismo modo, López y Sosa (2008), como se citó en Fernández Álvarez et al. (2018), expresan que una de las problemáticas del aprendizaje de funciones corresponde a dificultades propias del mismo concepto y de la forma en que se enseña, que la enseñanza de la función lineal desarrollada de manera abstracta, formal y perfecta desde la visión matemática, pero carece de significado para los estudiantes, porque se aleja de las aplicaciones y se convierte en algo memorístico.

También, Mena Romaña y Henao Restrepo (2018) manifiestan que cuando se trabaja con el concepto de función lineal "es pertinente que el docente parta de situaciones en contexto involucrando crecimientos lineales; a su vez, el trabajo en el aula debe estar acompañado por diversas actividades que propicien el tránsito entre las diferentes interpretaciones del objeto matemático" (p. 133). Así, el estudiante puede significar a los elementos presentes en cada situación, siempre desde el conocimiento previo.

La problemática se presenta en que, además de las dificultades mencionadas por López y Sosa (2008) y por Mena Romaña y Henao Restrepo (2018), se obstaculizan más en el desarrollo de habilidades de la función lineal, pues no se parte de los conocimientos previos de los estudiantes, sino que se trabaja abstracta, convirtiéndose en algo ajeno a los estudiantes, fuera de su lenguaje, su cotidianidad y con situaciones en las que los alumnos dificultan comprender la importancia y aplicabilidad de este contenido.

Para el interés del presente proyecto de investigación, se busca formular una propuesta didáctica en el contenido de función lineal para los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro, del circuito 07 y el Liceo Rural Kabebata, del circuito 05, pertenecientes a la Dirección Regional de Turrialba. Para la elaboración se consideró necesario y relevante realizar una revisión bibliográfica de documentos como son, las directrices académicas para el proceso educativo dentro de las aulas, también, indagar sobre las estrategias didácticas utilizadas por los docentes de los respectivos centros educativos, así como la aplicación de la etnomatemática.

Además, con la elaboración de la propuesta didáctica se brinda un aporte a la conservación de la cultura indígena cabécar, a través de la educación, incorporando elementos propios de la cultura cabécar, que permita abordar el concepto de función lineal y fortalecer los conocimientos en el área; así como la conservación de la cultura, ya que la etnomatemática permite una concepción matemática desde una perspectiva sociocultural y pluricultural.

Por otro lado, acerca de la conservación de la cultura a través de la educación, el MEP (2019) señala que: “El sistema educativo fortalecerá los procesos identitarios locales de la persona desde una visión planetaria, con el fin de fomentar el amor y orgullo por la Patria al situarla en el amplio contexto de la realidad mundial” (p. 9).

Finalmente, debido a las problemáticas evidenciadas con respecto a la función lineal se plantea la elaboración de una propuesta didáctica a través del uso de la etnomatemática, con el fin de fortalecer la conservación de la cultura indígena cabécar en la zona de Turrialba,

tomando como referencia las instituciones Liceo Rural Grado de Oro y Liceo Rural Kabebata.

## Objetivos de la investigación

### Objetivo general

- Analizar desde la etnomatemática los factores socioculturales que inciden en el desarrollo del contenido de función lineal, para el diseño de una propuesta didáctica en las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de la Dirección Regional de Turrialba, que coadyuve en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

### Objetivos específicos

- Describir los lineamientos del Programa de Estudio de Matemática y la Política Curricular Educar para una Nueva Ciudadanía, para la elaboración de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigida a los docentes las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba.
- Identificar las estrategias de enseñanza que utilizan los docentes en la zona indígena Cabécar para la mediación pedagógica en el contenido de función lineal, con el propósito de obtenerlos insumos requeridos para la elaboración de una propuesta didáctica, por medio de entrevistas etnográficas.
- Identificar desde la etnomatemática los factores socioculturales requeridos para el diseño de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigido a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba, por medio de entrevistas etnográficas.

- Elaborar una propuesta didáctica en el contenido de función lineal para los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de la Dirección Regional de Turrialba.

**Contextualización institucional**

En este apartado se realiza una descripción general de las instituciones involucradas en el estudio, cuya finalidad es ubicar su contexto social y cultural, además, se brindará un acercamiento a las características que posee esta población.

### 1.4.1. Liceo Rural Grano de Oro

El Liceo Rural de Grano de Oro fue fundado en el año 1999, se encuentra ubicado en la comunidad del distrito de Tayutic del cantón Turrialba, el cual pertenece a la provincia de Cartago, por lo cual, el Liceo forma parte del circuito escolar 05 de la Dirección Regional de Turrialba y posee 159 estudiantes. Es una comunidad mixta, es decir, conviven mestizos e indígenas. Geográficamente, la comunidad de Grano de Oro se ubica en la vertiente del Caribe costarricense, en la cuenca del río Pacuare.

Con respecto al recurso humano que posee el Liceo se subdivide en personal docente y administrativo; los puestos administrativos se componen por: un director, un auxiliar de seguridad, un conserje, una oficinista y la orientadora. Por otra parte, el personal docente se compone por un educador en cada una de las áreas como: español, idiomas, matemática, estudios sociales y ciencias naturales. Específicamente, el docente a cargo del departamento de matemática posee categoría MT-6, tiene 19 años de experiencia en el área y 14 años de trabajar en esta zona, además, no es nativo de la comunidad indígena, por lo que su idioma es el español y no domina el lenguaje cabécar.

Además, la misión de la institución según el MEP (2020) es brindar,

> Una educación de calidad para la comunidad, brindando oportunidades que mejoren significativamente la vida de los estudiantes y familiares, procurando que el proceso de enseñanza y aprendizaje se desarrolle idóneamente, logrando de esta forma ser la institución de mejor rendimiento (p. 8).

Mientras que su visión, según el MEP (2020) es,

> Ser una institución agente de cambio a mediano plazo, para la comunidad educativa que se nutren del proceso de enseñanza y aprendizaje en nuestras aulas, mediante un equipo de trabajo con conciencia humanística, que está en constante actualización (p. 8).

### 1.4.2. Liceo Rural Kabebata

El Liceo Rural Kabebata fue fundado en 2006, está ubicado en la comunidad indígena Kabebata Sayuakljun en Alto Quetzal del territorio Indígena Chirripó del cantón Turrialba, que pertenece a la provincia de Cartago. Por lo que pertenece al circuito escolar 07 de la Dirección Regional de Turrialba y posee 144 estudiantes.

Con respecto al recurso humano que posee el Liceo se subdivide en personal docente y administrativo; los puestos administrativos se componen por: un director, una orientadora, una bibliotecóloga, dos cocineros, dos guardas y un conserje. Por otra parte, el personal docente contempla un educador en cada una de las áreas como: español, idiomas, matemática, estudios sociales y ciencias naturales. Específicamente, el docente a cargo del departamento de matemática posee la categoría MT-6, cuenta con 11 años de experiencia en el área y de

trabajar en la zona, además, no es nativo de la comunidad indígena, por lo que su idioma es el español y no domina el lenguaje cabécar.

De acuerdo con el MEP (2021), la misión de la institución es presentar “una oferta académica que ayude a mejoras significativamente la calidad de vida de los estudiantes y sus familias, procurando que el proceso de enseñanza aprendizaje se desarrolle de una manera idónea” (p. 1), mientras la visión es “constituirse en un agente de cambio para los jóvenes que se nutren del proceso de enseñanza-aprendizaje en nuestras aulas, mediante un equipo de trabajo con conciencia humanista, rompiendo barreras en un mundo cambiante.” (p. 1), esto debido a los lineamientos brindados por el MEP.

### 1.4.3. Oferta educativa de los Liceos Rurales

De acuerdo con el MEP (2013a), las asignaturas que se brindan en los liceos rurales se dividen en tres áreas: el área intelectual, personal-social y socio-productiva. Las asignaturas del área intelectual son: ciencias (tercer ciclo) o biología (educación diversificada), español, estudios sociales, inglés, matemática; por otra parte, las asignaturas del área personal-social corresponden a: educación cívica, orientación u hora guía.

Asimismo, el MEP (2013a) señala que se trabajan actividades que pretenden descubrir y fortalecer las capacidades creativas, artísticas y personales del estudiante en los diferentes talleres del área socio-productiva, estos se imparten de forma trimestral, semestral o anual, entre las posibilidades se tienen: la danza, el teatro, el deporte, la apreciación literaria, la apreciación musical, la pintura, las artes visuales, las actividades recreativas, la lengua indígena, la expresión corporal, la ética cristiana, la formación ciudadana, entre otras.

Además, para complementar la oferta educativa que brindan los Liceos rurales, al igual que otras instituciones del MEP, los estudiantes tienen la posibilidad de participar en la Feria Científica, Juegos Deportivos Estudiantiles, Festival Estudiantil de las Artes, Bandera Azul Ecológica, Programa Convivir, entre otros, que tienen como función complementar las áreas descritas en la propuesta curricular del MEP (2013a) y acercar al estudiante a diversas áreas de interés para él y así formar un ser humano íntegro.

# Capítulo II. Estado del Arte

A continuación, se presentan algunos estudios nacionales e internacionales que se relacionan por su línea de investigación con la etnomatemática. A partir de estos, se analizará los diferentes enfoques y resultados que se han generado con el desarrollo de esta temática en trabajos previos, con la finalidad de recabar información que ayude al desarrollo de este trabajo.

La información se obtuvo a partir de la revisión bibliográfica de diferentes bases de datos de universidades nacionales e internacionales como la Universidad de Costa Rica, la Universidad Nacional, la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, la Universidad de Guadalajara, entre otras, así como artículos publicados en la Red Internacional de Etnomatemática, los cuales permiten ampliar el panorama acerca de las investigaciones y los problemas de investigación que se han desarrollado en la temática de estudio.

## Investigaciones Nacionales

A nivel nacional, se ha desarrollado estudios que tienen relevancia para el presente trabajo de investigación.

Primeramente, Vásquez Hernández y Trigueros Rodríguez (2015) en su artículo "Etnomatemática en Costa Rica: Un acercamiento a su perspectiva sociohistórica", recolectaron la mayor cantidad de estudios en etnomatemática que se ha desarrollado en Costa Rica a lo largo de los años y realizaron un documento donde se incorporaron los estudios. Con respecto a la metodología, se realiza con un enfoque cualitativo, con diseño narrativo, donde se desarrolla una revisión bibliográfica en bibliotecas y librerías de

universidades públicas y privadas de Costa Rica, además, de búsquedas en la web utilizando una serie de palabras claves vinculadas con la etnomatemática.

Por otra parte, entre las principales reflexiones del estudio se destaca un primer acercamiento a un documento, que integre la mayoría de los trabajos relacionados a la etnomatemática en el ámbito nacional, corriente que, según Vásquez Hernández y Trigueros Rodríguez (2015), va tomando fuerza como línea de investigación en los últimos años. Este artículo es relevante para el desarrollo de la presente investigación, ya que muestra una gran cantidad de documentos relacionados a la etnomatemática desarrollados en Costa Rica a lo largo de los años.

Gavarrete Villaverde (2015) en su documento "Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI" describe la situación actual de los pueblos indígenas con respecto a la educación matemática. Hace hincapié en que el programa de estudios de esta materia se encuentra pensado hacia los estudiantes de la Gran Área Metropolitana (GAM), debido a esto sufren un choque cultural al enfrentarse al proceso de enseñanza y aprendizaje. Por esta razón, uno de los problemas que se investigan son las necesidades que existen en la formación docente en Matemática para los profesionales que laboran en las zonas geográficas donde su población es mayoritariamente de un grupo indígena de Costa Rica.

Primeramente, el objetivo general del trabajo fue la caracterización del conocimiento matemático de algunos grupos étnicos de Costa Rica, para alcanzarlo se hizo énfasis en el desarrollo de fundamentación teórica y empírica que sustentara la propuesta de formación de los docentes. Además, se incluyeron cuatro objetivos específicos que consistían en

identificar, caracterizar y seleccionar rasgos de conocimiento matemático cultural de los grupos étnicos: Ngöbes, Bribris y Cabécares, así como indagar la pertinencia del desarrollo de un programa formativo de profesores incorporando la visión cultural de las matemáticas.

Seguidamente, el segundo objetivo general fue proponer un modelo para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas, en el cual se incorporará el conocimiento de las etnomatemáticas. Para lograrlo se incorporaron cuatro objetivos específicos, que se enfocan en diseñar, implementar y evaluar una propuesta formativa en didáctica de las matemáticas, que promueva las competencias multiculturales en profesores indígenas.

También, en cuanto a los resultados de la evaluación, se detalla que el diseño implementado no se cumplió en su totalidad, debido a la falta de tiempo para el desarrollo de la programación, sumado a esto, se encontró un nivel de lectoescritura inferior al esperado. Otro de los resultados en la evaluación fue la motivación en los docentes al crear actividades didácticas donde reconocieron y caracterizaron elementos del conocimiento matemático cultural y los usaron para la planificación docente en el diseño de actividades contextualizadas.

Del mismo modo, con respecto a la educación matemática en regiones indígenas lo refiere Sánchez Ávila (2017) en su artículo “Elementos de la cultura cabécar relacionados con nociones matemáticas que se estudian a nivel de educación primaria en Costa Rica”, trabajo que se realizó en los pueblos indígenas de la zona de Turrialba, con docentes de primaria. Esta investigación surge a partir de la necesidad de contextualizar los Programas de Estudio de Matemática, que se trabajan con las poblaciones indígenas, debido a que su

cosmovisión y costumbres son diferentes a lo que masivamente se desarrolla en el ámbito nacional.

Dentro de los objetivos de la investigación se pretendía indagar la existencia de nociones matemáticas como medición, orden, tiempo, cantidad, tamaño, espacio y operaciones fundamentales dentro de la cultura cabécar, así como relacionar los elementos de su cosmovisión con las actividades matemáticas universales según Bishop y con los contenidos matemáticos de I y II Ciclos de la Enseñanza General Básica.

Por otra parte, metodológicamente la investigación es cualitativa de tipo etnográfica, ya que se involucra un determinado grupo de personas que pertenecen a una misma etnia cultural. Además, se utiliza como instrumentos de recolección de información: la entrevista semiestructurada, la observación y los grupos focales.

Con respecto a los hallazgos más importantes del artículo, se logra evidenciar una preocupación por la pérdida de aspectos culturales de la cosmovisión cabécar, debido a la educación no indígena que se incorpora por parte del MEP y al aprendizaje de contenidos obligatorios que no poseen contexto para estos estudiantes.

Un cuarto aporte lo brindan Vásquez Hernández y Torres Hernández (2018) en su artículo “Contextualización de contenidos curriculares desde la cosmovisión del pueblo Bribrí Cabécar de Costa Rica a partir de la etnomatemática”, donde muestran los resultados obtenidos mediante un esfuerzo conjunto entre el Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica y la Dirección Regional de Educación Indígena Sulá de Talamanca.

El principal objetivo era la contextualización de los contenidos curriculares de Matemática en secundaria, a partir de los saberes y costumbres de la cultura Bribrí y Cabécar. Por otra parte, se utiliza una metodología cualitativa, bajo un enfoque etnográfico clásico y un diseño metodológico de investigación acción, donde se toma en cuenta los docentes de matemática que laboran en estos territorios, los maestros de lengua y cultura, así como los sabios mayores de estas comunidades.

En este proyecto, los resultados consisten en una serie de etapas que se desarrollaron. En primer lugar, se realizaron conversatorios, talleres y capacitaciones, donde prevaleció el trabajo colaborativo y el diálogo entre los docentes de matemática de los territorios Bribrí y Cabécar, asesores pedagógicos, supervisores y directores. Aunado a esto, los profesores aprendieron prácticas y saberes ancestrales de gran importancia cultural por parte de las personas de la comunidad y con base en el trabajo realizado en cada etapa del proceso, diseñaron una serie de unidades didácticas contextualizadas.

**Investigaciones Internacionales**

A continuación, se presentan los trabajos del ámbito internacional que se han seleccionado por su relevancia con el trabajo a desarrollar.

Un primer estudio es el presentado por Albanese y Perales (2014) en su artículo “Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera”, donde plantean una investigación que analice las formas de pensar matemáticamente de un grupo de artesanos de la Ciudad de Buenos Aires al llevar a cabo sus prácticas.

El objetivo principal de este trabajo fue caracterizar la manera en cómo el artesano piensa matemáticamente su propia práctica, para esto se utiliza una metodología cualitativa

con un enfoque etnográfico, en donde la persona investigadora se incluye en una serie de talleres como aprendiz, es decir, se realizó una observación participante y los datos se registraron mediante un diario de campo.

En cuanto a los resultados de este estudio, se encuentran una serie de etnomodelos dentro de las prácticas artesanales de este gremio, donde se aprecian algunas ideas matemáticas como la transversalidad y el paralelismo, sin embargo, muy alejado al pensamiento matemático formal, siendo la mayoría personas analfabetas.

Otro aporte, es la investigación de Carbajal Requiz y Pozo Estrada (2019) que tiene como título "La etnomatemática y el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los alumnos 5° grado de educación primaria en la I. E. 34116 de Yanacocha Yanahuanca - Pasco 2017", en el cual se destaca la importancia de incluir aspectos cotidianos dentro de las prácticas de mediación pedagógica, con la finalidad de que se presente un currículo más flexible donde se reconozca que los estudiantes poseen intereses variados, así como una gran cantidad de conocimientos previos.

El objetivo general consistió en determinar la influencia de la etnomatemática en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los alumnos de 5° grado de educación primaria en la I E N°34116 Yanacocha - Yanahuanca Pasco -2017. Por otro lado, en relación con la metodología, es una investigación aplicada con un diseño cuasi experimental, en la cual se utiliza la observación, el fichaje y la prueba como técnicas para la recolección de información.

En relación con las conclusiones, mediante un pre y post test se evaluó el pensamiento matemático antes y después de la adecuación curricular en el área de Matemática de esta

población, de estas pruebas se recauda información que se analiza mediante el software SPSS24 y con ayuda de la estadística descriptiva se valida la hipótesis “La etnomatemática influye en el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los alumnos de 5° grado de educación primaria en la I.E 34126 Yanacocha- Yanahuanca Pasco 2017 con ayuda de la estadística descriptiva”.

Un tercer estudio es expuesto por Morales Beleño et al. (2018) titulado “Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica escolar”, donde se diseñaron situaciones didácticas que se puedan utilizar en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los movimientos y transformaciones en el plano, tomando en consideración los lineamientos tanto didácticos como las nociones de geometría que son empleadas por parte de los artesanos de Usiacurí en sus trabajos.

Por otro lado, el problema de investigación, según Morales Beleño et al. (2018), tuvo como raíz la desvinculación existente entre los textos escolares de geometría con la realidad del estudiante, en esta ocasión, de los habitantes del municipio de Usiacurí de Colombia. En cuanto a la metodología, se realiza una investigación cualitativa de tipo etnográfica con un grupo de artesanos que trabajan con palma de iraca, en la cual, se utilizan como instrumentos de recolección de información: la entrevista semi estructurada, la observación participante, audios y fotografías.

Con respecto a los resultados obtenidos, se logra evidenciar en los trabajos realizados por los artesanos de Usiacurí la existencia de nociones geométricas que pueden ser útiles dentro de este contexto, para la planificación del material didáctico. También, abre paso a posteriores trabajos donde se analicen otros aspectos culturales desde otro enfoque

matemático diferente a la geometría, además, se clasifican los diseños, técnicas de elaboración y aprendizaje entre los artesanos.

Como cuarto estudio internacional, se tiene el artículo de investigación presentado por De la Hoz Molinares et al. (2019), el cual se titula "Números y universo en las comunidades indígenas: kogui, arhuaca, wiwa y kankuama de la Sierra Nevada de Santa Marta" y se enfoca en comparar los sistemas de numeración de las cuatro comunidades de la Sierra Nevada de Santa Marta, resaltando el significado e importancia de los números desde sus cosmovisiones, así como la aplicación de los números dentro de sus actividades tradicionales.

Con respecto a la metodología, es una investigación cualitativa con un enfoque interpretativo realizada mediante tres etapas. La primera consiste en la recolección de información mediante la observación participante, así como de entrevistas semi estructuradas realizadas a grupos focales. En la segunda fase se describe, procesa y categoriza la información recolectada por medio de los instrumentos de recolección de información. En la tercera fase se interpreta la información recabada y se hace la construcción teórica de los conocimientos matemáticos que se encuentran presentes en sus actividades socioculturales.

Como principales conclusiones del estudio, se tiene que estos sistemas de numeración no incluyen el número cero, debido a que desde sus cosmovisiones el vacío o la nada no existen. Sumado a esto, se tienen algunos números sagrados en común entre estas comunidades, tal como el número uno que para estos habitantes representa el universo y el sol, de manera similar el número cuatro representa las cuatro comunidades y el número nueve representa el equilibrio con el universo. Se evidencia el uso de la propiedad aditiva y

multiplicativa, debido a que se consideran positivas y mantienen el equilibrio, caso contrario con la sustracción y la división que son consideradas negativas por lo que no se realizan.

**Aportes teóricos y metodológicos en relación con el objeto de estudio**

Los estudios expuestos en este capítulo muestran una idea general acerca del desarrollo teórico que se la ha dado al objeto de estudio, además, la información recolectada sirve para guiar u orientar la investigación. En esta misma secuencia de ideas, los trabajos del ámbito nacional brindan a los autores una idea general de los aspectos culturales y rasgos matemáticos presentes en poblaciones culturales de Costa Rica, así como los aspectos metodológicos empleados para la recolección y análisis de la información.

Primeramente, Vásquez Hernández y Trigueros Rodríguez (2015) presentan un documento enriquecedor para el desarrollo de este trabajo, debido a que permite observar las diferentes líneas de investigación que se han realizado en el ámbito nacional, enlistando en su estudio una gran cantidad de documentos relacionados a la etnomatemática, algunos de estos inclusive no se publicaron y fueron investigaciones realizadas de manera dispersa, por lo que para conocer su existencia se requeriría de tiempo de búsqueda en diferentes fuentes de información.

Por su parte, Gavarrete Villaverde (2015) muestra aportes teóricos relevantes sobre la etnomatemática, así como de la formación multicultural docente y el conocimiento cultural indígena. Además, permite observar rasgos matemáticos de conocimiento cultural encontrados previamente en la población indígena cabécar de Costa Rica y los aspectos metodológicos empleados para recabar estos datos.

De otro modo, Sánchez Ávila (2017) brinda aportes teóricos relevantes con respecto a la cultura y la existencia de nociones matemáticas en la población indígena cabécar de Turrialba, lo cual, es importante por el objeto de investigación a desarrollar por los autores. Además, con respecto a la metodología se realizaron observaciones y entrevistas semi estructuradas que también pueden ser utilizadas como instrumento para la recolección de la información en este trabajo.

De manera similar, Vásquez Hernández y Torres Hernández (2018) realizaron una investigación en las poblaciones Bribrí y Cabécar, en la cual se obtiene como parte de los resultados una serie de Unidades Didácticas contextualizadas a partir de las costumbres y cosmovisión de estas poblaciones, de esta forma brindan insumos relevantes en cuanto al desarrollo de un material didáctico para la enseñanza de las matemáticas utilizando los rasgos matemáticos presentes en su cultura.

Por otro lado, los trabajos mostrados en el ámbito internacional aportan a los autores un recurso para observar diferentes teorías y líneas de investigación que se han desarrollado en torno a la etnomatemática en otros países.

En este sentido, Albanese y Perales (2014) realizan un estudio en busca de etnomodelos que emerjan de las prácticas artesanales de un grupo de artesanos de Buenos Aires en Argentina, donde se mostró que no siempre que se hable de etnomatemática se refiere a trabajos dirigidos a la población de zonas indígenas, además, muestran a los autores la importancia de estudiar prácticas culturales como las artesanías u otras similares en búsqueda de rasgos matemáticos utilizados por estas poblaciones.

Por otra parte, Carbajal Requiz y Pozo Estrada (2019) brindan insumos teóricos con respecto a la importancia de considerar la diversidad de intereses de los alumnos, reconociendo que cada estudiante posee conocimientos propios que también deberían de ser explotados como un recurso dentro del aprendizaje matemático. Asimismo, se aprecia una perspectiva distinta en cuanto a la metodología, debido a que se utilizan instrumentos diferentes a la mayoría de los estudios mostrados en este capítulo, como test y fichas, lo cual les permite a los autores apreciar los diferentes alcances que se pueden obtener según el enfoque que se implemente hacia la temática.

Morales Beleño et al. (2018) realizan contribuciones fundamentales sobre el diseño etnográfico, debido a que, en una de las etapas de investigación se enfocan en desarrollar diversas técnicas para recolectar información de un grupo de artesanos, además, brindan ideas a considerar en el planteamiento y desarrollo de una propuesta didáctica contextualizada a partir de la cultura y prácticas de un determinado grupo, donde se toma en consideración aspectos como: lenguaje, expresiones y saberes de la población.

De la Hoz Molinares et al. (2019) desarrollan un recurso para visualizar el desarrollo del diseño etnográfico, donde se basa principalmente en estudiar las estructuras matemáticas que poseen los pueblos indígenas en Sierra Nevada de Santa Marta, ya que los investigadores toman en consideración el concepto de la otredad, especialmente en la apropiación de la cultura mediante las experiencias vividas en las entrevistas y la comprensión de sus sistemas de numeración. Además, se encontró que algunos números poseen significados particulares y sagrados para estos habitantes.

Los estudios del ámbito nacional e internacional seleccionados sirven como fuente de información previo al desarrollo de la investigación por parte de los autores, debido a que aportan elementos teóricos relevantes, como rasgos matemáticos encontrados previamente en la cultura donde se desea implementar la propuesta didáctica.

Asimismo, se observan diferentes enfoques de la etnomatemática, como estudios centrados en prácticas manuales como artesanías o líneas de investigación relacionadas a sus conocimientos matemáticos como sistemas de numeración, donde se evidencia que en la contextualización no solo se considera el entorno físico inmediato. De la misma forma, es importante tener presentes las costumbres y la cosmovisión del grupo estudiado. Por lo tanto, estos aspectos deben ser tomados en cuenta al diseñar la propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal, dirigida a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de Turrialba.

# Capítulo III. Marco Teórico

En este apartado, se describen los referentes teóricos y conceptuales que brindan sustento a la problemática de investigación desarrollada. Entre los apartados a desarrollar para esta sección, se encuentran: la población y la educación indígena, los cuales amplían el conocimiento sobre las diferentes características de la población. Por otro lado, se abarcan aspectos necesarios sobre etnoeducación, etnomatemática, el currículum en matemática, la función lineal y la propuesta didáctica.

## Población indígena cabécar

De acuerdo con Camacho Brown y Watson Soto (2012b), así como Watson Soto y Camacho Brown (2015), el grupo étnico cabécar es uno de los ocho grupos indígenas costarricenses posee una mayor densidad poblacional y se ubica en diferentes puntos de la Cordillera de Talamanca, una sección en Limón y otra en la Reserva Indígena Chirripó o Duchí.

Del mismo modo, el MEP (2014) manifiesta que la población indígena cabécar con asentamiento en Chirripó ha logrado mantener gran parte de su identidad cultural, que muestra una gran diversidad en cuanto a su territorio, historia, tradiciones, espiritualidad y autonomía. Además, poseen diversas formas de vivencia natural como: la medicina natural, danzas, cacerías, pesca, actividades agrícolas, artesanías, costumbres y su idioma.

Ahora bien, para el MEP (2014) el territorio indígena cabécar fue definido como tal en el año 1976; abarca la parte alta del río Chirripó, y por razones políticas se dividió en 1984 en dos sectores; el Alto Chirripó y Bajo Chirripó. De la misma manera, se señala que los cabécares siempre han vivido en el territorio que ocupan actualmente. Esta población habita

en un territorio montañoso, con zonas que la misma comunidad considera “sagradas” y una biodiversidad que conserva su cultura, en diversas ocasiones la población no indígena no respeta la reserva, invaden y amenazan estos territorios.

Asimismo, Carvajal Jiménez et al. (2017) mencionan que la población indígena cabécar se localiza en distintos puntos del país, concretamente en Talamanca y en la zona sur. En Limón se encuentran los territorios Tayní y Telire; en Chirripó están los territorios de Alto Chirripó, Bajo Chirripó y Nairi Awari; en Ujarrás los territorios de Buenos Aires, en Puntarenas y China Quichá, en Pérez Zeledón.

Por consiguiente, Carvajal Jiménez et al. (2017), señalan que los territorios indígenas se ubican en zonas alejadas de difícil acceso, con escasos servicios y recursos, con un trasporte público irregular. Para movilizarse de un lugar a otro se debe atravesar ríos en botes, en andariveles, caminar o marchar a caballo, pues no es posible el paso de vehículos por las condiciones de los caminos o trochas, aunado a ello se dan condiciones climatológicas adversas propias de la zona, lo que hace que sea un trayecto peligroso.

Además, según el MEP (2013b), otra de las áreas ancestrales de los indígenas es la alimentación y su preparación, donde se usan técnicas amigables para el ambiente. La alimentación dependía de la agricultura, la cual se basaba en la producción de; maíz, frijoles, arroz, tubérculos, bananos, plátanos, hortalizas y frutas como; las guayabas, las naranjas, las guanábanas, los limones, entre otros. Además, crían animales como cerdos y pollos para el consumo y complementan su dieta con diversos tipos de pescado y camarones.

El MEP (2013b) afirma que existe una pérdida de cultura en los pueblos indígenas, ya que, se ha producido una significativa disminución del bosque. Del mismo modo, la

distancia en la que se encuentran estos pueblos de los centros educativos y de salud es extensa. Lo anterior ha generado que los indígenas se encuentren influenciados por la cultura dominante, ya que, varios grupos no indígenas ingresan a esta zona, como es el caso del personal de salud, docente y administrativo que asiste a los liceos, entre otros; con los que conviven cada vez más, lo que ha implicado que estos consuman productos no tradicionales para llenar sus necesidades básicas.

Pese a lo mencionado en el párrafo anterior, los pueblos indígenas conservan parte de sus tradiciones y costumbres, por lo que, hoy la cultura cabécar es una de las que más conserva su cosmovisión y costumbres en el país.

Por otra parte, el MEP (2013b) resalta que, los cabécares han logrado mantener muchas tradiciones culturales, costumbres ancestrales, la creencia en "Sibö", el cual consideran un ser superior y creador de todo. Además, los indígenas mantienen una relación de armonía con la naturaleza y los animales, donde se respeta y valora su entorno. También, culturalmente, la población indígena desde tiempos ancestrales ha utilizado la agricultura como base para su subsistencia familiar. Dentro de las técnicas de agricultura tener se considera la posición de la luna para la preparación de la siembra y la recolección de sus frutos.

Asimismo, Acuña Sosa y Umaña Gutiérrez (2015) mencionan ciertas características del manejo tradicional de las fincas de los indígenas cabécar, ya que estas se dividen en tres sistemas de cultivos: "teitö", el "chamugrö" y el "witö". En el primero, se siembran granos básicos como maíz, frijoles y arroz, y en la siembra hay un tipo de rotación para no agotar la tierra; en el segundo, hay cultivos más permanentes, como el cacao, plátano y árboles

maderables; en el tercero, hay mayor variedad de plantas porque alrededor de las casas hay animales domésticos pequeños.

Por consiguiente, el MEP (2013b) señala que las poblaciones indígenas desarrollaron saberes ancestrales en diversas áreas, entre ellas se encuentra la medicina tradicional, la cual se basa en el uso de plantas naturales directamente obtenidas del bosque, además, muchas de las explicaciones científicas presentan similitudes con las creencias espirituales de las poblaciones indígenas, las cuales se desarrollaron en el mundo de la medicina natural.

Por otro lado, el MEP (2013b) compara la ciencia moderna con la cosmovisión indígena al señalar que en la ciencia "Los conceptos teóricos invisibles, como el campo de gravedad, el campo electromagnético y las partículas subatómicas, tienen asombrosos poderes de predicción; pero los científicos no saben lo que son realmente, o porqué funcionan o cómo lo hacen" (pp.55), así como los espíritus que conforman sus creencias, es su conocimiento ancestral, la visión que tienen del mundo. Seguidamente, con respecto a la vestimenta utilizada por los cabécares, el MEP (2013b) señala que los vestidos tradicionales se confeccionan con corteza de árboles de mastate y tintes extraídos de diferentes plantas. Además, se menciona que las construcciones cabécares se llevaban a cabo con materiales como: madera, troncos, hojas y bejucos, los cuales debían ser cortados al esconderse el sol para que no se pudrieran rápido, tampoco se debía cortar la madera en luna llena, pues se llenaba de comején. Asimismo, de acuerdo con el MEP (2013b), "la casa típica, tiene forma cónica, emblema de construcción del mundo por su Dios" (p. 116).

Con respecto a su lengua nativa, Camacho Brown y Watson Soto (2012b) afirman que los cabécares hablan su propio lenguaje y se mantiene de forma oral. Por otra parte, al

ingresar al sistema de educación formal costarricense, aprenden el idioma español. De igual forma, el MEP (2013b) señala que la población cabécar “habla el 95% su idioma y el 70% hablan el español. Con ello, mantienen el idioma, su cultura, que desde sus antepasados han conservado, para comunicarse con la naturaleza, con el mundo, con el entorno y con ellos mismos" (p. 121).

**Educación indígena y etnoeducación**

La educación indígena y la etnoeducación no deben de entenderse como sinónimos del accionar político institucional de los entes directores del proceso educativo, por el contrario, son dos procesos, que, si bien pueden complementarse y ajustarse para que sean implementados en los territorios aborígenes costarricenses, la teoría y la práctica pueden estar desasociadas.

En cuanto a la educación indígena, Cabrera (1995) menciona que está integrada en la educación básica; además, está orientada a que las poblaciones indígenas de las distintas regiones del país lleguen a apropiarse de los códigos y símbolos de la cultura escrita, esto con la finalidad de que puedan tener una mayor participación en el medio sociocultural y la sociedad global.

Por ello, Hernández Ramírez (2016) comenta cinco propósitos generales de la educación indígena, los cuales son los siguientes:

- Garantizar el acceso a la educación a los niños.
- Potenciar el desarrollo intelectual, físico, psíquico y socioemocional de los niños, con el fin de favorecer los nuevos aprendizajes y conocimientos, para lo cual se debe

tomar en cuenta las características culturales de la población y así puedan dar solución a situaciones cada vez más complejas en los ámbitos personal, familiar y comunitario.

- Formar infantes que tiendan a la autonomía y a la progresiva toma de decisiones con responsabilidad.
- Promover la construcción, internalización y puesta en práctica de valores.
- Proporcionar orientación educativa a madres, padres y otros responsables de la crianza de los niños para que se creen espacios en los cuales se favorezca el sano desarrollo de los educandos.

Estos principios expuestos son criterios que responden a los derechos fundamentales del proceso educativo, siendo la estructura general de la enseñanza para las comunidades aborígenes costarricenses, es decir, fungen como parámetros de acción de la política educativa.

La etnoeducación no se restringe a los derechos fundamentales en materia de educación que poseen las personas, en su lugar, pretende un desarrollo de estrategias educativas que permitan a los grupos étnicos implementar procesos de aprendizaje según sus características particulares. Es así como Artunduaga (1997) define la etnoeducación como "un proceso de recuperación, valoración, generación y apropiación de medios de vida que responde a las necesidades y características que le plantea al hombre su condición de persona" (p. 42) por lo que se debe tener conocimiento de la identidad propia para poder proyectar su etnia al resto de la comunidad globalizada.

Por otra parte, Ortega Cobo y Giraldo Paredes (2019) definen etnoeducación, como la enseñanza de la diversidad cultural por medio de la educación. Recomiendan utilizar las

aulas como un ejemplo para este concepto, dado que es donde se presenta mayor multiculturalidad, debido al encuentro, dentro del salón de clase, de personas de diferentes grupos étnicos, tanto minoritario como mayoritario en el país o región.

Los mismos autores expresan que, dentro de las posibles estrategias educativas, se impartan cursos de lengua y cultura para promover la definición de identidad y reconocimiento por parte de los demás estudiantes. En este caso el idioma, como forma de comunicación, es una de las bases principales del proceso educativo.

Para Artunduaga Marles (1997), este enfoque de educación involucra una coordinación interinstitucional, pues para su aplicación es necesario tener clara la realidad de cada pueblo; el desarrollo de componentes como capacitación a los grupos docentes, investigación para el desarrollo de procesos etnomatemáticos y adecuación del diseño curricular para su aplicar propuestas etnoeducativas propias; así como brindar seguimiento y evaluación (pp. 42-44). Como se aprecia, la etnoeducación implica una mayor profundidad en los procesos de enseñanza, que trascienden los contenidos de la asignatura, fortaleciendo habilidades de convivencia social e intercultural.

Para Moreno Doña y Calvo Muñoz (2010), existe una diferenciación entre educación indígena y etnoeducación, para ellos, solo la primera tiene como objetivo la integración de la población indígena a la cultura nacional, mientras que la segunda corresponde a la educación propia de un grupo étnico, dejando en claro que cada grupo debe investigar, analizar y sistematizar su concepción propia de educación, que como lo complementa Artunduaga Marles (1997) “cada grupo humano cuenta con los mecanismos básicos para educar a sus miembros en el contexto de su proyecto de hombre y de sociedad; es por esto que la sociedad

en su conjunto es educadora" (p. 36). Esta diferencia es fundamental, ya que permite denotar que la etnoeducación busca el conocimiento de la cultura autóctona de los diferentes participantes del proceso educativo, dentro de los procesos de construcción social de las instituciones de educación.

Con respecto a ello, el Fondo Internacional de Emergencia de las Naciones Unidas para la Infancia "UNICEF" (2020) hace énfasis en que el rol de la persona quien ejerza el cargo de docente en un proceso de etnoeducación debe enlazar los saberes propios de la asignatura que imparten con aprendizajes propios de la interculturalidad, integrado al territorio y sus características particulares, este proceso se verá evidenciado en las diferentes prácticas o labores docentes (planeamientos, evaluaciones, desarrollo lecciones y actividades extracurriculares), para ello, es necesario una formación de las personas o docentes en estas áreas, que permitan la capacitación en procesos etnoeducativos.

**Etnomatemática**

En primera instancia, para comprender el término etnomatemática, es necesario resaltar lo expuesto por D'Ambrosio (2014), el cual la define como "el conjunto de modos, estilos, artes y técnicas (technéso ticas) para explicar, aprender, conocer, liderar en/con (matemá) los ambientes naturales, sociales, culturales e imaginarios(etnos) de una cultura, o sea, Etnomatemática son las ticas de matemá en un determinado etno" (p. 103).

Aunado a lo anterior D'Ambrosio (2014) también afirma que:

> Las etnomatemáticas son, por ende, contextualizadas en distintos ambientes naturales y culturales. Así, podríamos hablar de la Etnomatemática contextualizada en la

> cuenca del Mar Mediterráneo como la Etnomatemática Mediterránea, que es lo que la tradición académica llama simplemente Matemática o Matemáticas (p. 103).

Al contrastar las definiciones expuestas por D'Ambrosio se observa que lo que comúnmente se conoce como matemáticas y que se enseña en la mayoría de los centros educativos costarricenses, son en realidad las etnomatemáticas Mediterráneas. En este sentido, con base en la anterior se puede inferir que las matemáticas que se enseñan actualmente y que están establecidas en el Programa de Estudios son descontextualizadas, ya que, no están del todo relacionados con los ambientes sociales, culturales y naturales de la región.

Asimismo, Blanco Álvarez (2008) amplía lo mencionado cuando indican que la etnomatemática actual es "donde se estudia las influencias sociales en el ambiente de la clase de matemáticas, el problema de género, de racismo en las matemáticas, la democratización del conocimiento matemático, las implicaciones políticas de la educación matemática, entre otros temas" (párr. 6).

Ahora bien, es importante mencionar que para esta investigación se parte de las definiciones expuestas por D'Ambrosio (2014) y Blanco Álvarez (2008) para definir la etnomatemática.

En el mismo orden de ideas, Blanco Álvarez (2008) propone que la etnomatemática se debe encargar de recuperar los saberes matemáticos autóctonos que se han perdido a lo largo del tiempo, o bien, que se encuentren inmersos en la vida cotidiana como: en la agricultura, el lenguaje, la música, la danza y la medicina tradicional.

Camacho Brown y Watson Soto (2012a) complementan la idea expuesta por Blanco Álvarez (2008) cuando mencionan que:

> Los cabécares poseen una lengua, un patrimonio natural y cultural, que se concreta en saberes que tienen que ver con las prácticas agrícolas y artesanales, medicina natural y formas de relacionarse con la naturaleza y con la comunidad. Estos saberes se traducen en creencias, costumbres, tradiciones y mitos que deben ser incorporados en los procesos educativos si se quiere respetar el derecho de este pueblo a la educación pertinente (p. 4).

Al contraponer las posturas de Blanco Álvarez (2008), Camacho Brown y Watson Soto (2012a) se evidencia la relevancia que tienen los saberes autóctonos de una comunidad o población, asimismo resaltan que estos conocimientos deben ser incluidos en los procesos educativos si se desea lograr una pedagogía culturalmente relevante, la cual es definida por Ladson Billings (1995), citada en Rodríguez Izquierdo y González Faraco (2021), como "aquella que empodera intelectual, social, emocional y políticamente a los estudiantes mediante el uso en la enseñanza de sus referentes culturales" (p. 159).

D'Ambrosio (2014), de la misma forma, reafirma lo antes citado cuando menciona que "La Etnomatemática busca comprender la intimidad, la verdadera simbiosis entre hacer y saber. Por lo tanto, un trabajo en etnomatemática es una observación de prácticas de diferentes grupos culturales, seguidos de un análisis de lo que hacen y por qué lo hacen" (pp. 105-106).

Ahora bien, Aroca Araújo (2013) menciona que para poder definir el concepto de etnomatemática, es necesario dividirlo en dos macro escenarios de investigación: zonas

rurales y zonas urbanas. Se hace referencia a la etnomatemática rural como aquellas que se desarrollan en zona alejadas del país, las cuales han sido golpeadas por la violencia y el desplazamiento forzado de las etnias. En cuanto a la etnomatemática urbana, se define como aquella que se desarrolla dentro de una ciudad.

Las definiciones que brinda Aroca Araújo (2013) sobre etnomatemática rural y urbana, hacen visible la necesidad de que el docente de matemática vincule sus clases con la realidad de sus estudiantes, ya que, el contexto, las situaciones y problemas que utiliza en una zona urbana van a ser totalmente distintas a las que utiliza en una zona rural.

Por otra parte, para Gavarrete Villaverde (2012), la etnomatemática es propiamente un programa de investigación para la acción pedagógica el cual se componen de seis dimensiones. Según Rosa et al. (2017), la primera dimensión de la etnomatemática es la cognitiva, sobre esta menciona que:

> Se refiere a la adquisición, acumulación y distribución del conocimiento matemático a través de las generaciones. Al respecto, los procedimientos matemáticos como comparar, clasificar, cuantificar, medir, explicar, generalizar, modelizar y evaluar, pueden ser entendidos como fenómenos sociales, culturales o antropológicos que se desencadenan en el desarrollo de sistemas de conocimiento complejos, elaborados por los miembros de grupos culturales diferenciados. En este sentido, no es posible evaluar el desarrollo de las capacidades cognitivas aislando los contextos sociales, culturales, económicos, ambientales y políticos (p. 72).

Asimismo, Rosa et al. (2017) detalla la dimensión contextual, sobre esta esta indica que:

Los desafíos de la vida cotidiana otorgan a los miembros de grupos culturales diferenciados diversas oportunidades para responder a preguntas existenciales mediante la creación de procedimientos, prácticas, métodos y teorías basadas en sus representaciones de la realidad. Estas acciones constituyen una base fundamental para el desarrollo del conocimiento esencial y procesos de toma de decisiones. La supervivencia depende de la conducta inmediata, en respuesta a rutinas inherentes al desarrollo de los miembros de estos grupos y el conocimiento matemático surge como una respuesta inmediata a las necesidades de supervivencia y trascendencia (p. 73).

De la misma manera, Rosa et al. (2017) explican la dimensión educativa:

Esta dimensión no rechaza el conocimiento ni el comportamiento adquirido de forma académica, pero incorpora los valores humanos como el respeto, la tolerancia, la aceptación, el cuidado, la dignidad, la integridad y la paz, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de las matemáticas, con el fin de humanizarlo y traerlo a la vida. La etnomatemática promueve el fortalecimiento del conocimiento académico cuando los estudiantes comprenden las ideas, los procedimientos y las prácticas matemáticas presentes en su vida cotidiana; y, del mismo modo, la presentación de los procedimientos y prácticas matemáticas que poseen conexión con la historia crítica puede resistir a la cooptación y ser utilizado con fines humanitarios y dignificantes (p. 73).

En el mismo orden de ideas, Rosa et al. (2017) aluden a la dimensión epistemológica:

Esta dimensión se refiere a los sistemas de conocimiento que son diversos conjuntos de observaciones empíricas desarrolladas para para que podamos entender,

comprender, explicar y tratar con la realidad. Desde esta perspectiva, surgen tres preguntas con respecto a la evolución de las diversas formas de generación, organización y difusión del conocimiento matemático: a) ¿Cómo pasar de prácticas y observaciones ad hoc a la experimentación y métodos? b) ¿Cómo pasar de la experimentación y métodos para la reflexión y la abstracción? c) ¿Cómo proceder y orientar hacia la innovación y las teorías? Estas preguntas guían las reflexiones en lo que se refiere a esta evolución, pues consideran las interacciones particulares y únicas entre las personas y su propia realidad (p. 73).

Siguiendo en este razonamiento, Rosa et al. (2017) detallan la dimensión histórica:

Es necesario estudiar los vínculos entre la historia de las matemáticas y la realidad de los estudiantes. Esta dimensión lleva a los estudiantes a examinar la naturaleza de las matemáticas en términos de la comprensión de cómo el conocimiento matemático se asigna en sus experiencias individuales y colectivas. Así, el conocimiento se construye a partir de las diversas interpretaciones en que la humanidad ha analizado y explicado los fenómenos matemáticos a lo largo de la historia. Por lo tanto, es necesario y coherente enseñar las matemáticas dentro de un contexto histórico, para que los estudiantes sean capaces de entender la evolución de las distintas contribuciones realizadas por otras culturas al desarrollo continuo del conocimiento matemático (p. 74).

Por último, Rosa et al (2017) hablan acerca de la dimensión política, sobre esta menciona que:

Esta dimensión tiene como objetivo reconocer y respetar la historia, la tradición y el pensamiento matemático desarrollado por los miembros de grupos culturales

> diferenciados, donde el reconocimiento y el respeto por sus raíces socioculturales no implican el rechazo de sus conocimientos ancestrales, sino que refuerzan estas raíces a través del diálogo y del dinamismo cultural. Esta dimensión también tiene como objetivo desarrollar acciones políticas que guían a los estudiantes en los procesos de transición de la subordinación para la autonomía, con el fin de orientarlos hacia un orden más amplio de sus derechos como ciudadanos (p. 74).

Por otro lado, Ávila (2014), afirma que la dinámica cultural introduce conocimientos matemáticos y actividades que pueden modelarse matemáticamente, lo que posibilita el vínculo entre la escuela y el conocimiento cultural de los alumnos con el fin de utilizarlo como recurso educativo en la clase, debido a ello se suele involucrar situaciones que contemplen los saberes previos de los estudiantes y que asocian la cultura a la que pertenece y donde se considera con frecuencia el saber ancestral.

De esta manera Ávila (2014), hace mención que en la etnomatemática es posible entrelazar los diferentes saberes matemáticos, debido a que se ratifica los saberes locales y comunitarios e incrementa los conocimientos escolares desde las vivencias donde se crea una matemática intercultural. Además, Ávila (2014) menciona que:

> Otra idea igualmente compartida entre formadores y educadores es que la matemática propia de las comunidades indígenas es rasgo de identidad y recurso para promover la autovaloración de los pueblos, por lo que es necesario recuperarla y preservarla a través de la escuela (p. 23).

Saumell Marreno (2021) refuerza lo expuesto por Ávila (2014) cuando indica que el docente al utilizar la etnomatemática como acción didáctica, debe poseer habilidades para

confeccionar actividades matemáticas que respondan a las necesidades particulares de los grupos con los que se trabaja, esto con el propósito de contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, con el fin de que comprendan la importancia de la matemática en su vida cotidiana.

En el mismo orden de ideas, D'Ambrosio (2021) resalta que: "La etnomatemática se reconoce como una práctica escolar válida que refuerza la creatividad, los esfuerzos, el autorrespeto cultural, y ofrece una visión amplia de la humanidad que tiene de forma creciente hacia el multiculturalismo y pluriculturalismo" (p. 95).

Finalmente, es relevante mencionar que la etnomatemática brinda dos enfoques para su abordaje, los cuales son el émico y el ético. Según Rosa y Orey (2012) citado por Rosa y Orey (2017) detallan que:

> El conocimiento matemático émico está relacionado con las cuentas, las descripciones y el análisis y las prácticas matemáticas que son expresadas en términos de las categorías y esquemas conceptuales que se consideran significativos y apropiados por los miembros de diferentes grupos culturales (p.27).

Por otra parte, Rosa y Orey (2017), citados por Rosa y Orey (2018), mencionan que:

> El conocimiento matemático ético está relacionado con las cuentas, descripciones y análisis de las ideas, conceptos, procedimientos y prácticas matemáticas presados en términos de las categorías que se consideran significativos y apropiados por la comunidad de observadores científicos. Este tipo de conocimiento debe ser preciso, lógico, completo, replicable e independiente de los observadores externos, que tienen una visión desde fuera, exterior (p. 28).

Por lo tanto, la etnomatemática busca la comprensión entorno y modo de vida de cada grupo étnico, así como el de las matemáticas al crear conexiones entre estos ámbitos, al modelar, o bien, contextualizar situaciones cercanas al diario vivir de los estuantes, tomando en consideración las distintas dimensiones en las cuales se desenvuelve el ser humano.

**Currículum en Matemática**

Al plantear una propuesta didáctica, se requiere que el docente domine cada uno de los elementos relacionados con el modelo curricular, en el cual se desea implementar la propuesta. Por tal motivo, para el desarrollo del presente trabajo, se abordarán algunos aspectos claves del Programa de Matemáticas y de la Política Curricular "Educar para una Nueva Ciudadanía", así como los componentes que conforman el planeamiento didáctico.

Antes de examinar los aspectos del Programa de Estudios de Matemática vigente en Costa Rica, es primordial conocer los motivos que incentivaron su incorporación en la malla curricular. En este sentido, el MEP (2012) señala que:

> Históricamente, la enseñanza de las Matemáticas ha sido problemática en nuestro país. A pesar de muchos esfuerzos, es la asignatura en la que tenemos más fracaso escolar a todo nivel: en los cursos, en las pruebas diagnósticas de sexto y noveno, en bachillerato... pero también es donde salimos más débiles en pruebas internacionales como las de SERCE o PISA (p. 10).

Como consecuencia, en el año 2012 se inició con la implementación del programa de estudios a través de la metodología de Resolución de Problemas, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza de la matemática en el sistema educativo costarricense. Al respecto, el MEP (2012), destaca que los programas de estudio son un medio para cambiar la

percepción negativa que hay hacia la asignatura. Esta nueva visión se enfoca en presentar las matemáticas de manera contextualizada en situaciones de la vida cotidiana, con el fin de mostrar al estudiantado una arista diferente de la asignatura.

De otro modo, uno de los fundamentos del currículum en matemática es la política Educar para una Nueva Ciudadanía, la cual tiene una visión definida con respecto a los valores y aprendizajes que se desean inculcar en los estudiantes. En la misma línea, el MEP (2015) menciona que con la política se construye una ciudadanía que realmente se preocupa por el otro, pero que además asume la responsabilidad de pensar, soñar y crear las condiciones idóneas necesarias para desarrollar una sociedad participativa, en donde se asegure la mejor calidad de vida para todos.

Del mismo modo, de acuerdo con el MEP (2015), Educar para una Nueva Ciudadanía se sustenta en tres pilares fundamentales, los cuales son: la Educación para el Desarrollo Sostenible, la Ciudadanía Digital con Equidad Social y, por último, el fortalecimiento de una Ciudadanía Planetaria con Identidad Nacional. Cada uno de estos cuenta con un papel protagónico, ya que son las bases de esta política curricular y contribuyen a la construcción del perfil de salida del estudiante en cada uno de los ciclos educativos que conforman la educación costarricense.

En este mismo orden de ideas, el MEP (2015) establece que educar para una nueva ciudadanía requiere un cambio profundo en la forma en la que se educa, para esto se asumen abordajes pedagógicos novedosos que propicien un máximo desarrollo de las capacidades de cada uno de los discentes.

De acuerdo con esta política, hay cuatro principales retos: la formación continua de las personas que integran cada comunidad educativa, la mediación pedagógica, el fomento de ambientes de aprendizaje diversos y enriquecidos; y, por último, la evaluación formativa y transformadora. Al igual que los pilares, los retos son parte esencial de esta transformación curricular, ya que, por medio de estos es que el docente sabe en qué áreas debe trabajar arduamente para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El planeamiento didáctico es uno de los elementos que forman parte del quehacer docente; su papel es relevante debido a que le permite al educador planificar de una forma más integral las clases que impartirá. Sobre este aspecto en particular, Otero (2015), señala que:

> Es necesario para el proceso de enseñanza aprendizaje recalcar la importancia que tienen la pedagogía, los diferentes modelos, las diversas estrategias de enseñanza, y los materiales didácticos y mediadores que por sí solos ya son portadores de saber y bien utilizados, pueden mejorar notablemente los procesos de enseñanza en las instituciones educativas, por eso deben tener una intencionalidad y un objetivo claro (p. 17).

De acuerdo con la idea expuesta por Otero (2015), algunos de los componentes del proceso de planificación curricular son: los elementos pedagógicos, los modelos y las estrategias de enseñanza. Cada uno de estos aspectos tiene una influencia directa en la planificación, por ejemplo; el primero, tiene una relación con el arte de enseñar los contenidos; el segundo, brinda un norte por el cual transitar o por donde avanzar y el tercero, tiene una gran cantidad de aplicaciones, porque permite incluir dentro de las clases aspectos

creativos, dinámicos e interactivos, cuya finalidad es lograr en los alumnos un nivel de aprendizaje significativo.

En el contexto nacional, el proceso del planeamiento didáctico tiene una serie de particularidades; el MEP (2015) afirma que “el tiempo para el desarrollo del planeamiento didáctico se estima como mínimo dos semanas y como máximo cuatro, tomando en consideración la motivación, interés, necesidades y características del estudiantado, así como la opción de trabajo utilizada para su desarrollo” (p. 21). Aunado a esto, se debe dedicar una cantidad adecuada de tiempo para su organización.

Desde otro punto de vista, Avendaño Arguedas et al. (2002) amplían lo estipulado por el MEP (2015), cuando afirman que “el planeamiento didáctico constituye uno de los elementos de la práctica pedagógica, que debe ser revisado, analizado y realimentado como insumo del proceso de aprendizaje” (p. 3). De esta manera, se destaca el papel preponderante que tiene el planeamiento didáctico dentro de la práctica pedagógica. Adicionalmente, estos autores destacan que el planeamiento didáctico debe estar en constante análisis y revisión, pues cada día el docente va conociendo más a detalle a sus estudiantes, las necesidades, falencias y dificultades que ellos presentan en el aprendizaje.

Consecutivamente, Avendaño Arguedas et al. (2002) mencionan que el planeamiento didáctico docente es un requisito que tiene como función orientar los procesos de aprendizaje, evitar la improvisación y la rutina, además, posibilita la reflexión y análisis previo sobre las distintas acciones para desarrollar la tarea docente.

Seguidamente, según el MEP (2015), en la política educativa costarricense se han incorporado ejes transversales para todas las materias escolares, los cuales son: Cultura

Ambiental para el Desarrollo Sostenible, Educación Integral de la Sexualidad, Educación para la Salud, y Vivencia de los Derechos Humanos para la Democracia y la Paz.

Estos ejes disciplinares se han introducido mediante problemas y actividades de aprendizaje que se seleccionaron previamente para realizar en el aula; sin embargo, son incluidas de diferentes maneras en el área de la matemática.

Consecutivamente, según el MEP (2012) se considera ejes transversales o disciplinares específicos en la matemática, para la enseñanza efectiva de la disciplina, se pueden mencionar los siguiente: la resolución de problemas, la contextualización activa, el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales, la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas, y, por último, el uso de la Historia de las Matemáticas.

Además, los ejes disciplinares constituyen la estructura de la Enseñanza de la Matemática actual en Costa Rica y pretenden responder a las debilidades que anteriormente se presentaban en la educación de esta disciplina, mediante las habilidades o competencias para el desarrollo de la vida cotidiana. Los centrales son la resolución de problemas y la contextualización activa, que permiten un aprendizaje significativo en la población estudiantil.

Por lo tanto, el MEP (2012) resalta que el enfoque principal “es la resolución de problemas en contextos reales. La manera más conveniente de promover la implementación de este es colocar en el currículo como ejes disciplinares el resolver problemas, hacerlo en contextos reales y además darles a estas acciones el mayor relieve” (p. 36).

De esta manera, se busca motivar al estudiantado mediante contextos cercanos a su entorno que conlleve a fomentar el desarrollo de habilidades cognitivas y a su vez favorecer las actitudes y creencias hacia la Matemática mediante una aplicabilidad de los contenidos.

Asimismo, el MEP (2012) menciona que el uso de las tecnologías es una herramienta que permite potenciar la investigación, el conocimiento matemático y aporta beneficios en los contextos de aprendizaje; sin embargo, debe introducirse de forma pertinente y precisa, donde se considere el contexto donde se llevará a cabo.

Finalmente, el MEP (2012) señala que existen opciones para gestionar pedagógicamente la acción en el salón de clases, los cuales constan de dos etapas; primeramente, la etapa uno consiste en el aprendizaje de conocimientos; posteriormente, la etapa dos donde se desarrolla la movilización y aplicación de los conocimientos. Asimismo, estas etapas se organizan en cuatro momentos centrales, los cuales son: la propuesta de un problema, el trabajo estudiantil independiente, la discusión interactiva y comunicativa, así como la clausura o cierre.

**Unidad Didáctica**

El objetivo de la investigación es desarrollar una propuesta didáctica, que permita fortalecer el contenido de función lineal a través de la etnomatemática, en la población indígena cabécar de Turrialba, por lo cual, la propuesta se basa en una UD.

Por lo tanto, Fernández González et al. (1999) establecen que el concepto UD “tiene su origen en la necesidad de encontrar una estrategia capaz de organizar la enseñanza y el aprendizaje de manera que ambas competencias resulten eficientes” (p. 10). Esto debido a

que, por muchos años la enseñanza tradicional era la principal y casi única metodología que se aplicaba en las aulas, así entonces Escamilla (1993), como se citó en Gamboa Graus y Fonseca Pérez (2014), define UD como “una forma de planificar el proceso de enseñanza-aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad” (p. 4).

Seguidamente, García Aretio (1997) la define como un conjunto de elementos básicos, los cuales están integrados y estructurados en pro del proceso educativo, dicho de esta manera, los estudiantes al estar involucrados en el ambiente formativo afrontan una serie de componentes como: la motivación, la relación con otros conocimientos y la evaluación.

Asimismo, Fernández González et al. (1999) mencionan que la exposición de los apartados en una UD está dada por descripciones teóricas y ejemplificación práctica, donde las actividades funcionan como vehículo para el aprendizaje, por lo que deben presentarse de manera lógica. Con este fin, se sugiere la siguiente estructura: una actividad de introducción al conocimiento, un desarrollo y un final (esto para cada problema propuesto), además, evaluaciones, prácticas de refuerzo y actividades de profundización.

Fernández González et al. (1999) detallan que se debe elaborar una guía tanto para el alumno como para el profesor. En la guía del estudiante estará presente las actividades que deberá realizar para afianzar sus aprendizajes; mientras que, la del docente, tendrá información complementaria necesaria para la puesta en práctica de la propuesta didáctica. Asimismo, comentan elementos estructurales importantes como: un título llamativo, presentación motivante, los materiales necesarios para el éxito de la UD, una parte

experimental que cuente con sus indicaciones claras y un cuestionario de preguntas generadoras que se puedan plantear a lo largo de la actividad.

Seguidamente, con esta organización, García Aretio (1997), brinda una posible estructura para su elaboración, la cual debe iniciar con una introducción clara, donde se indique su utilidad, finalidades y objetivos. También, se brinda importancia al título, ya que, debe estar diseñado para que invite a leer; posteriormente, un esquema de ideas claves para la UD, la exposición de la unidad que suele ser lo más amplio, debe de caracterizarse por una estructura lógica y continua, así como un lenguaje apropiado, entre otros.

Otro método que se puede incorporar en la UD es la resolución de problemas, como un mecanismo indispensable para trasladar las experiencias de los estudiantes y conocimientos previos al salón de clase, como lo menciona el Programa de Estudios de Matemática en Costa Rica (2012) su aplicación "hace converger principios esenciales del constructivismo, una premisa filosófica de la política educativa nacional, como la construcción estudiantil autónoma de aprendizajes, pero de una manera aún más vigorosa y eficaz" (p. 18). Con el fin de que los estudiantes se apropien de los conocimientos, se propone la resolución de problemas en Matemática aplicables a situaciones del entorno.

Por otro lado, Sepúlveda López et al. (2009), señalan que se "reconoce que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso continuo que se ve favorecido en un ambiente de resolución de problemas, donde los estudiantes tienen oportunidad de desarrollar modos de pensar consistentes con el quehacer de la disciplina" (p. 83). Esto hace que el estudiante bajo esta metodología de aprendizaje sea capaz de realizar un mayor análisis, generalizar las

reglas y llevar las situaciones aprendidas en las aulas al entorno inmediato, visualizando diversos métodos para llegar a una solución.

Después, Polya (1965), como citó May Cen (2015), durante el desarrollo de su libro, propone una estrategia para lograr alcanzar la solución de un problema, brindando los pasos y estrategias. También, el autor expresa que un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema hay un cierto descubrimiento, es importante tener en cuenta que esta teoría es tomada del programa, pues coloca al estudiante como centro y protagonista de su aprendizaje.

Asimismo, en relación con la resolución de problemas es apropiado hacer uso del aprendizaje situado como teoría complementaria al constructivismo y que será de gran aporte para lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes. Sobre el Aprendizaje Situado, la Universidad Internacional de Valencia (2018) lo define como:

> Una metodología docente que se basa principalmente en una situación específica y real, y que busca la resolución de los problemas a través de la aplicación de situaciones cotidianas. Por lo tanto, este tipo de aprendizaje hace referencia al contexto sociocultural como elemento clave para la adquisición de habilidades y competencias, buscando la solución de los retos diarios siempre con una visión colectiva (párr. 1).

En resumen, el objetivo principal del aprendizaje situado es enseñar al estudiante por medio de situaciones o problemas que se desarrollan en contextos reales, es decir, que ocurren en la habitualidad. Todo esto acompañado de una adquisición de habilidades y competencias matemáticas a través de retos diarios que se deberán de resolverse en forma

colectiva. En síntesis, se han expuesto elementos relacionados al contexto, que componen y caracterizan las UD en este tipo de población en el área Matemática. En relación con los conceptos enunciados en el marco teórico, existe información que describe características en cuanto a la educación de estos pueblos indígenas, que hace referencia a la etnomatemática e integra el currículo matemático costarricense.

Por otro lado, se detallan los contenidos relacionados a función lineal que se tendrán en cuenta al elaborar la UD, junto con la estructura que recomiendan los autores, así como elementos presentes en ella, puntualmente, resolución de problemas y el aprendizaje situado.

**Función Lineal**

Tomando en cuenta que la propuesta didáctica estará enfocada en el tópico función lineal, es relevante contemplar una serie de objetos matemáticos que ayuden a comprender los contenidos abordados.

En primer lugar, un concepto que no puede dejarse de lado es el de relación binaria, Arias Tencio y Barrantes Campos (2010), lo definen de la siguiente manera: dados dos conjuntos $A$ y $B$ no vacíos, una relación $\mathcal{R}$ de $A$ en $B$ es una tripleta $\mathcal{R} = (A, B, R)$ donde $R \subseteq A \times B$. Además, se puede denotar como $\mathcal{R} : A \to B$, al conjunto $A$ se le conoce como conjunto de salida y al conjunto $B$ se le reconoce como conjunto de llegada. Una manera de indicar que un elemento $a$ en $A$ se relaciona con un elemento $b$ en $B$ se escribe $a\ \mathcal{R}\ b$, lo cual es equivalente a $(a, b) \in R$.

A partir del concepto de relación binaria, se estudiará un tipo de relación que cumple con algunas características particulares, a esta relación se les conoce como función. Arias Tencio y Barrantes Campos (2010) definen matemáticamente a las funciones de la siguiente

manera: una función $f$ con dominio $A$ y codominio $B$ es una relación, tal que para cada uno de los $a \in A$, existe un único $b \in B$ con $a\ f\ b$, por otro lado, se puede definir mediante simbología matemática de la siguiente manera:

$f: A \longrightarrow B$ es una función sii $\forall\ a \in A, \exists!\ b\ \in B : a\ f\ b$.

Si $a \in A$ y $b$ es el elemento de $B$ con el que $a$ está relacionado, en lugar de escribir $a\ f\ b$ se suele escribir $f(a) = b$, donde a este $b$ se le conoce como la imagen de $a$ o valor de $f$ en $a$, además, se dice que $a$ es la preimagen de $b$. En las funciones se suele denotar el dominio y codominio de la función como $D_f$ y $C_f$ respectivamente.

Una vez definidos los conceptos relación binaria y función, se pueden definir algunos tipos de funciones. En primer lugar, Murillo (2010) define la función lineal de la siguiente manera: se dice que la función $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ es una función lineal si existen $m, b \in \mathbb{R}$ tal que:

$$f(x) = mx + b$$

Esta constante real $m$ se le conoce como pendiente, la cual, es definida de la siguiente manera:

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}, con\ x_2 \neq x_1$$

Seguidamente, a partir del concepto de función brindado, se puede observar que el dominio y codominio de la función lineal son todos los números reales, cuando la recta que representa gráficamente la función es oblicua. En el caso de que la recta sea de la forma $y = b$ con $b \in \mathbb{R}$, es decir, una recta horizontal, su dominio será todos los números reales y su codominio será $b$.

Por otro lado, cuando se analiza la función lineal se consideran diferentes conceptos, entre ellos, la monotonía de la función, es decir, si la función es creciente o decreciente. Arias Tencio y Barrantes Campos (2010) presentan un teorema para realizar este análisis, el teorema se puede resumir de la siguiente manera:

Dada una función lineal $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, tal que $f(x) = mx + b$:

- Si $m > 0$, entonces $f$ es creciente.
- Si $m < 0$, entonces $f$ es decreciente.
- Si $m = 0$, entonces $f$ es constante.

De igual manera, con relación a la función lineal es relevante mencionar que existen diversas formas para representar estas funciones, entre los tipos de representación está: la algebraica, la tabular o numérica y por último la gráfica. La primera de estas ya se mostró anteriormente y es la siguiente: $f(x) = mx + b$ con $m, b \in \mathbb{R}$.

En cuanto a la representación tabular o numérica, esta consiste en una tabla con dos columnas o filas, donde la primera de ellas posee los valores de la variable independiente $x$ y en la segunda se colocan los valores obtenidos al evaluar los valores de $x$ en la función, es decir, los valores de la variable dependiente $y$.

Por otro lado, la representación gráfica o visual de una función se compone del conjunto de puntos de la forma $(x, y)$ en el plano cartesiano. Para elaborar la gráfica de una función se debe construir previamente una representación tabular con algunos puntos de esta, ya que, se pueden colocar los puntos utilizados y unirse mediante una línea.

Además, uno de los aspectos que permiten graficar una función lineal son las intersecciones con los ejes cartesianos, así como la pendiente de la función. En el caso particular de la función lineal, por su forma basta con poseer dos puntos de la función para graficar la recta que la representa.

Como se destaca en el párrafo anterior, un elemento importante para graficar una función lineal son las intersecciones con los ejes del plano cartesiano, para dichos elementos existen unas fórmulas establecidas para determinarlos, la intersección con el eje $y$ está dada por $(0, b)$ y la intersección con el eje $x$ se establece de la siguiente manera $\left(\frac{-b}{m}, 0\right)$ con $m \neq 0$, estas fórmulas se obtienen al evaluar en el criterio de la función lineal $x = 0$ para encontrar la intersección con el eje $y$ y en el caso de la intersección con el eje $x$ se evalúa $y = 0$.

**Estrategias metodológicas de la función lineal**

Primeramente, el MEP (2012), esboza elementos didácticos en la enseñanza de la función lineal desde noveno nivel hasta undécimo, como lo es; un tratamiento prioritario a la resolución de problemas y la modelización, lo cual permite la conexión con otras disciplinas y contextos reales. Además, en la estrategia metodológica se sugiere: utilizar recortes de revistas, periódicos y datos estadísticos oficiales obtenidos de algunos sitios web, asimismo, el uso de un software graficador, que facilite visualizar el comportamiento de la gráfica de una función lineal, de acuerdo con sus parámetros.

Del mismo modo, Roldan (2013) resalta algunas herramientas metodológicas para la enseñanza de la función lineal, como las siguientes:

- Introducir el concepto de función a través de una definición informal, es decir, más que desarrollar el proceso enseñanza y aprendizaje con definiciones formales es preferible iniciar por aproximaciones de elementos más familiares para el estudiante.
- Introducir el concepto de función lineal a través de problemas contextualizados, para que el estudiante pueda asociar los elementos principales del concepto con valores, cantidades o magnitudes de la situación o contexto.
- Brindar a estudiante tareas en las que lea, confronte, analice, describa e interprete diferentes formas de representar la función y lineal y realice el proceso de una transformación a otra.
- Hacer uso de la modelación, esta es una herramienta motivacional en el aprendizaje de la función lineal, dado que, a partir de contextos matemáticos, análisis de situaciones cotidianas o practicas experimentales surge la necesidad de relacionar variables, analizar correspondencias de datos, realizar generalizaciones, predecir comportamientos, relacionar e interpretar representaciones, entre otros procesos que aportan a la comprensión del concepto de función lineal.

Así las estrategias didácticas aplicadas por los docentes en el tema de función lineal se transforman en un puente que conecta el contenido abstracto en un conocimiento tangible para los estudiantes, donde pueden generalizar la resolver problemas aplicando sus conocimientos previos, las tecnologías y de más actividades que se propongan desde los conocimientos que se poseen de la población y su intencionalidad.

**Dificultades en el aprendizaje de la función lineal**

Inicialmente, se debe entender por dificultad según Alpízar Vargas et al. (2018) a cualquier situación cognitiva que enfrente el estudiante, que le impida o afecte en forma

negativa sus procesos de resolución de ejercicios y problemas. Además, se entiende por error aquella situación observable donde el estudiante brinde una respuesta equivocada (p. 8).

Posteriormente, Alpízar Vargas et al. (2018) detallan algunas dificultades en el aprendizaje de la función lineal, que determinaron al realizar su trabajo de investigación, estas son las siguientes:

- Al utilizar la fórmula para el cálculo del valor numérico de la pendiente, omiten el signo negativo cuando alguna de las coordenadas de un par ordenado es un número negativo.
- Mal empleo de la ley de signos en la realización de operaciones básicas en el conjunto de los números reales.
- Error al efectuar operaciones básicas en el conjunto de los números reales (sumas y multiplicaciones erradas)
- Error al aplicar algoritmos relacionados con la resolución de ecuaciones lineales.
- Dado el criterio de asociación de una función lineal de la forma $f(x) = \frac{mx+b}{a}$, se asocia el valor numérico de la pendiente a "$m$" y no a $\frac{m}{a}$.
- Dado criterio de asociación de una función lineal de la forma $f(x) = \frac{mx+b}{a}$, asocia la intersección con el eje de las ordenadas a "$b$" y no a $\frac{b}{a}$.
- Conceptuales, no distingue entre los términos abscisas y ordenadas.
- Aplica incorrectamente la fórmula de la pendiente al hacer $m = \frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$ o $m = \frac{y_2-x_2}{y_1-x_1}$.

- Ubicación incorrecta de pares ordenados en el plano cartesiano al trazar la representación gráfica de la función.
- Dada una gráfica, determina de forma incorrecta pares ordenados presentes en la misma.
- Al dar expresiones de la forma $f(a) = b$ no distingue cuál par ordenado pertenece al gráfico funcional de "f" si $(a, b)$ o $(b, a)$.
- No relaciona el signo de "$m$" (positivo, negativo, cero) con la monotonía de la función.
- No relaciona el signo de "$b$" (positivo, negativo, cero) con la intersección con el eje "$y$" de la representación gráfica.
- Error al homogenizar fracciones en la resolución de ecuaciones lineales.
- Dado un problema definido en forma verbal, determina una expresión algebraica que modele el mismo, pero extrae conclusiones erróneas con base en él.
- Dada la representación algebraica de una función lineal traza una parábola como su representación gráfica. Error al expresar en forma gráfica una situación problema dada al no tomar en cuenta si el dominio de la misma es discreto o continuo (pp. 12-14).

# Capítulo IV. Marco Metodológico

En el presente apartado se detalla el procedimiento metodológico que guía el estudio. Algunos de los aspectos que se van a definir son: el enfoque, el diseño y los alcances de la investigación, así como los sujetos de estudio, las fuentes de información, las técnicas para la recopilación de datos y la validación de los instrumentos.

## Enfoque, diseño y alcances de la investigación

Primeramente, es pertinente resaltar que la investigación es un estudio con enfoque cualitativo, debido a que, se observarán cualidades de la población indígena cabécar como: la cultura, las costumbres, las tradiciones, métodos de enseñanza de la matemáticas, entre otros, los cuales son aspectos más amplios y no pueden ser medidos de manera cuantitativa. De este modo, Salgado Lévano (2007) con respecto al enfoque cualitativo destaca que "se refiere al abordaje general que se utiliza en el proceso de investigación, es más flexible y abierto, y el curso de las acciones se rige por el campo" (p. 72).

Desde otra perspectiva, Guerrero Bejarano (2016) indica que el enfoque cualitativo "se centra en comprender y profundizar los fenómenos, analizándolos desde el punto de vista de los participantes en su ambiente y en relación con los aspectos que los rodean" (p. 3). En este sentido, la investigación se direcciona a aprender de las experiencias de los docentes involucrados en la zona indígena cabécar de Turrialba, valorar los procesos y generar un producto, en este caso la propuesta didáctica planteada.

Por otra parte, se considera el uso del diseño etnográfico, el cual, de acuerdo con Peralta Martínez (2009), la etnografía se considera como una subdisciplina de la antropología, la cual se enfoca en la observación y la descripción de los aspectos que posee

una cultura, comunidad o un pueblo determinado, tales como: el idioma o lenguaje, las costumbres, las tradiciones, la cosmovisión, la forma en que trasmiten sus saberes y la manera en que estos viven. En este diseño, el investigador puede tener un papel activo o pasivo, para apreciar de primera mano lo que sucede dentro de este grupo social y recoger todo tipo de datos para la investigación, así como para futuros proyectos.

De acuerdo con Sandoval Casilimas (1996), los estudios etnográficos permiten al investigador observar los elementos de una población que comparte formas de vida semejante, para registrar lo que expresan los participantes y encontrar su significado.

Por otra parte, un proceso de investigación puede tener diferentes alcances durante su ejecución. Al respecto, Hernández Sampieri et al. (2014) manifiestan que:

> Una investigación puede caracterizarse como básicamente exploratoria, descriptiva, correlacional o explicativa, pero no situarse únicamente como tal. Esto es, aunque un estudio sea en esencia exploratorio, contendrá elementos descriptivos; o bien, un estudio correlacional incluirá componentes descriptivos, y lo mismo ocurre con los demás alcances (p. 96).

Por este motivo, se enmarca el estudio desde dos perspectivas distintas, las cuales son: la exploratoria y la descriptiva. En este análisis investigativo, se trabaja desde la perspectiva exploratoria; pues como definen Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018):

> Los estudios exploratorios se llevan a cabo cuando el propósito es examinar un fenómeno o problema de investigación nuevo o poco estudiado, sobre el cual se tienen muchas dudas o no se ha abordado antes. Es decir, cuando la revisión de la literatura

> reveló que tan solo hay guías no investigadas e ideas vagamente relacionadas con el problema de estudio, o bien, si deseamos indagar sobre temas y áreas desde nuevas perspectivas (p. 106).

Seguidamente, con respecto a los estudios exploratorios, Sabino (1992), como se citó en Zafra Galvis (2006), indica que:

> Este tipo de investigaciones se realiza especialmente cuando el tema elegido ha sido poco explorado y reconocido y cuando aún, sobre él, es difícil formular hipótesis precisas o de cierta generalidad. Suelen surgir también cuando aparece un nuevo fenómeno que, precisamente por su novedad, no admite todavía una descripción sistemática o cuando los recursos que dispone el investigador resultan insuficientes para emprender un trabajo más profundo (p. 13).

Adicionalmente, Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) señalan que:

> Los estudios exploratorios generalmente no constituyen un fin en sí mismos, sino que determinan tendencias, identifican áreas, ambientes, contextos y situaciones de estudio, relaciones potenciales entre variables; o establecen el tono y dirección de investigaciones posteriores más elaboradas y rigurosas. Estas indagaciones se caracterizan por ser más flexibles en su método en comparación con las descriptivas, correlacionales o explicativas, y son más amplias y dispersas (p. 107).

A partir de las definiciones proporcionadas por Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) y Zafra Galvis (2006) se puede deducir que las investigaciones de tipo exploratorio son aquellas en las cuales el propósito primordial consiste en examinar un

fenómeno o un problema poco estudiado. En particular, la investigación se centra en el tema de función lineal, enfocada para los liceos rurales de Grano de Oro y Kabebata. Además, permite conocer las necesidades específicas y el contexto cultural de la población indígena cabécar de Turrialba, con el fin de generar una propuesta didáctica adaptada a las características etnomatemáticas de dicha población.

Del mismo modo, otro de los alcances que se desarrollan en la presente investigación son los descriptivos. Por lo cual, Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) mencionan que dichos estudios son aquellos que tienen como finalidad especificar propiedades y características de conceptos, fenómenos, variables o hechos en un contexto determinado. Además, este tipo de investigaciones cuantifican y muestran con precesión los ángulos o dimensiones de un fenómeno, problema, suceso, comunidad, contexto o situación.

Reforzando estas ideas expuestas por Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018), Ramos Galarza (2020) señala que:

> En la investigación con alcance descriptivo de tipo cualitativo, se busca realizar estudios de tipo fenomenológicos o narrativos constructivistas, que busquen describir las representaciones subjetivas que emergen en un grupo humano sobre un de terminado fenómeno (p. 3).

En particular, con respecto a lo detallado anteriormente por Ramos Galarza (2020), Cedeño Suárez (2001) destaca lo siguiente:

> En el contexto de la educación la etnografía, denominada etnografía educativa, pretende la descripción e interpretación detallada, profunda y analítica de las

> actividades, creencias compartidas, prácticas y procesos que intervienen en la constitución de lo escolar y en su cotidianidad, desde la perspectiva de las y los participantes y del contexto social y cultural en que estos se desenvuelven (p. 11).

En síntesis, con base en las ideas expuestas por Sabino (1992), Cedeño Suárez (2001), Hernández Sampieri et al. (2014) y Ramos Galarza (2020), se evidencia la transición que existe de un alcance a otro, dado que, desde los resultados obtenidos en la etapa exploratoria, se diseñará la UD como propuesta didáctica en respuesta a las necesidades identificadas en la población en estudio, entrando aquí en la fase descriptiva.

**Sujetos de estudio**

Para efectos del trabajo de investigación, los sujetos de estudio son los docentes de Matemática del Liceo Rural de Grano de Oro y del Liceo Rural Kabebata, pertenecientes a la Dirección Regional de Turrialba y ubicados en el territorio indígena Cabécar de esta misma zona. Además, se tomará en cuenta habitantes de territorio indígena, más específicamente un grupo de padres y encargados de familia de los estudiantes pertenecientes al Liceo Rural Kabebata, así como los integrantes que conforman el CLEI, como participantes de la investigación.

En particular, los dos docentes de secundaria que serán entrevistados son funcionarios públicos que laboran en el MEP, particularmente, en los colegios que serán estudiados. Además, dichos profesores poseen una formación universitaria en la enseñanza de la Matemática, en secundaria. Con respecto a la etnia de los profesores, estos no son oriundos de la zona, pero poseen experiencia previa. Debido a que los docentes ejercen en estas instituciones, es relevante conocer a la población con la que trabajan, en este caso, son los

estudiantes que asisten a la institución y reciben las clases. Entre las características que presentan los discentes, se destaca que en su mayoría pertenecen a la etnia indígena, su lengua materna es el cabécar y el español tiene el papel de segunda lengua.

Posteriormente, las personas que habitan en la zona indígena cabécar que participarán en la investigación son padres de familia de estudiantes del Colegio Rural Kabebata, miembros del CLEI o allegados a la zona, que puedan compartir información relevante sobre sus costumbres, sus tradiciones, sus historias y su manera de ver el mundo, es decir, su cosmovisión.

**Fuentes de información**

Con el fin de lograr cada uno de los objetivos propuestos en el estudio, se detallan las fuentes de información para la obtención de los distintos conocimientos según las necesidades del estudio, estas se clasifican según su origen en dos fuentes:

- **Fuentes primarias:** Esta fuente se compone de los docentes de las instituciones Liceo Rural Grano de Oro, del Circuito 05 y el Liceo Rural Kabebata, del Circuito 07, de la Dirección Regional de Turrialba, además, padres y encargados de familia de estudiantes pertenecientes al Liceo Rural Kabebata, así como los integrantes que conforman el CLEI, pertenecientes a la zona de estudio.

- **Fuentes secundarias:** En este caso, las fuentes secundarias analizadas corresponden a la revisión literaria del programa de estudios del MEP, la política curricular vigente, así como documentos de universidades nacionales e internacionales.

**Técnicas para la recopilación de información**

Debido a la importancia de obtener información pertinente, veraz, acertada y acorde a los objetivos propuestos, es importante considerar lo indicado por Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018), quienes señalan que la recolección de datos se da en ambientes naturales y cotidianos, mediante diversos métodos o técnicas, se recolectan los datos de fuentes primarias y secundarias. A continuación, se expondrán algunos instrumentos que serán tomados en cuenta para este fin.

Dentro de las técnicas de recolección de información se hará uso de entrevistas; las cuales según Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) se "emplean cuando el problema de estudio no se puede observar o es muy difícil hacerlo por ética o complejidad (…). O bien, se requieren perspectivas internas y profundas de los participantes" (p. 449).

De esta manera, se busca crear un espacio en el que cada docente pueda compartir sus experiencias mediante la aplicación de estrategias de enseñanza. Además, donde las personas de la comunidad puedan expresar y transmitir sus conocimientos sobre la cultura de esta población indígena. En este sentido, las entrevistas pueden ayudar a conocer más sobre aspectos culturales y de educación matemática, y con ello, establecer una propuesta adecuada a las necesidades que presenta la población en estudio.

Del mismo modo, Fernández Carballo (2001) resalta que:

> La entrevista es producto de todos los sujetos que participan en el proceso. Este es un principio ético que se debe de tener claro y, además, se le debe clarificar a la persona que se desea entrevistar; ella es un elemento de suma importancia en la investigación y lo debe de saber (p.16).

Otra técnica por utilizar son las entrevistas semiestructuradas a docentes. Acerca de este tipo de entrevista, Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) mencionan que "se basan en una guía de asuntos o preguntas y el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información" (p. 449). Debido a esto, se aplicarán preguntas abiertas, con el fin de que el entrevistado brinde su acercamiento a la cultura Cabécar, los aspectos con respecto a la educación y más específicamente en el área de la matemática y poder obtener una mayor relación entre lo cultural y lo educativo.

Por otra parte, se utilizará la entrevista etnográfica con a los padres de familia de la comunidad de Alto Quetzal, así como con los miembros del CLEI. En este sentido, Leyton Legües (2016) resalta que en las entrevistas etnográficas:

> El contexto de la entrevista va a propiciar determinadas formas de conversación, tanto en sus contenidos como en las maneras de llevarse a cabo, que pasan a ser relevantes sobre todo a la hora de indagar en temáticas que no son necesariamente observables, sino que requieren de estimular la memoria y las caracterizaciones de las experiencias, emociones y prácticas por parte de los entrevistados (p. 78).

Este tipo de entrevista se empleará con el propósito de recabar elementos de la cultura de esta población indígena, debido a que permiten realizar una entrevista que fluya de manera natural, además de ir realizando preguntas que surgen de la misma interacción entre el entrevistador y los entrevistados.

Cada entrevista será sometida a diversas fases como lo son: la elaboración, la solicitud del consentimiento, el desarrollo y el cierre, donde se busca una recapitulación de lo tratado durante la aplicación de la entrevista; así como el análisis de los datos obtenidos.

Además, se pretende utilizar la observación directa no participante, en la cual, de acuerdo con Campos y Covarrubias, y Lule Martínez (2012), la "observación, al igual que otras técnicas, métodos o instrumentos para consignar información; requiere de un sujeto que investiga y un objeto a investigar, tener claros los objetivos que persigue y focalizar la unidad de observación" (p. 49).

Con respecto al instrumento de observación directa no participante, brinda amplia información para el presente proyecto, ya que al trabajar con personas propias del entorno cultural cabécar, permite observar y analizar detalles que faciliten el desarrollo de estrategias adecuadas para enseñar el contenido de función lineal a estudiantes de la zona indígena cabécar de Turrialba.

Las observaciones se dividirán en dos secciones; primeramente, en la parte cultural y seguidamente, en la educativa, específicamente en el área de la matemática, puesto que, es necesario conocer los aspectos culturales de la población en estudio para adaptar la UD en el contenido de la función lineal de acuerdo con las necesidades de los estudiantes. Por consiguiente, otra de las técnicas por utilizar es la observación participante, la cual Campos y Covarrubias, y Lule Martínez (2012) definen como aquella en la que “El investigador se involucra dentro de los procesos de quienes observa, y éste es plenamente aceptado, por lo tanto, se estima que lo observado no se ve afectado por la acción del observador” (p. 49).

Aunado a lo anterior, este tipo de observaciones se realizarán únicamente en el ambiente educativo, ya que los investigadores toman nota acerca del comportamiento que tienen los estudiantes en el aula, su interacción con el docente y otros aspectos de la dinámica de clase.

Del mismo modo, el uso de la observación como instrumento de recolección de datos posee algunas limitaciones, las cuales de acuerdo con Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018), radican en la necesidad de que el investigador pueda identificar situaciones verbales y signos no verbales.

Ahora bien, entre las ventajas de este instrumento, Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018), destacan que "es factible observar cuestiones inusuales y el investigador puede captar datos directos de los participantes y el ambiente. Útil para temas que pueden incomodar a los participantes cuando se discuten con el investigador" (p. 464).

Referente al estudio, es necesario recopilar información por medio del análisis documental, ya que reúne información para la investigación, sin perder su veracidad, como lo mencionan Sánchez Díaz y Vega Valdés (2003) “representan sintéticamente a los originales, contienen una información concentrada, pueden ser consultados más fácilmente y ofrecen las primeras noticias de existencia de los documentos primarios” (p. 50).

Por consiguiente, este análisis se centrará en la política curricular del MEP, el programa de estudios y principios descritos en el marco teórico de la investigación, en busca de una perspectiva objetiva y sistemática de una cantidad representativa de documentos, que sean válidos y confiables, al realizar cada una de las acciones que menciona Quintana Peña

(2006), buscar documentos que traten del tema, clasificarlos y seleccionar los que se van a utilizar, mediante una lectura analítica, cruzada y comparativa.

**Validación de los instrumentos**

En todo proceso de recolección de información es necesario someter a un proceso de validación los instrumentos que son utilizados para tal fin. Al respecto, el documento será sometido a revisión por parte de un filólogo, así como a diferentes docentes de matemáticas que laboren actualmente y docentes en formación pertenecientes a la cultura cabécar. Para que con su experiencia brinden sugerencias sobre la redacción y coherencia de los instrumentos y así se pueda dar garantía de la validez y fiabilidad, que ameritan los documentos para ser aplicados a los sujetos que participarán en el presente estudio.

**Análisis de datos**

En este apartado, se detalla el procedimiento que se ha llevado a cabo para el análisis de cada uno de los datos obtenidos, mediante los instrumentos de recolección de información detallados en el apartado anterior.

Los tres momentos claves para el análisis de la información expuestos por Guerrero Bejarano (2016), son, inicialmente, analizar el contexto con un marco conceptual previo; seguidamente, la descripción que hace examinar cada categoría al buscar patrones y, por último, la interpretación de los datos, donde se debe integrar, relacionar e integrar nexos entre las categorías antes analizadas, es preciso indicar que estos momentos son interdependientes.

Posteriormente, Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018) proponen un proceso general a realizar para el análisis de datos en una investigación cualitativa como lo son: recolección de datos, la revisión de los mismos, su organización de acuerdo a los criterios, la

preparación de estos para el análisis, la definición de unidades de análisis, la codificación abierta, la descripción e ilustración de las categorías producidas en el paso anterior, la codificación, la generación de hipótesis o explicaciones y por último, la evaluación de la calidad del estudio.

Debido a lo mencionado anteriormente por Hernández Sampieri y Mendoza Torres (2018), en el instrumento de análisis documental, lo primero que se realizará es seleccionar, leer y categorizar los documento; luego, se elegirán aportes teóricos sobre etnomatemática; además, se describirán las interconexiones entre cada una de las categorías con las cuales se podrán extraer conclusiones.

Con respecto a las entrevistas, se organizan las respuestas brindadas por los profesores que imparten matemática en el nivel de décimo, de la zona indígena cabécar de Turrialba, así como, de personas originarias de la zona. Seguidamente, se procederá a trascribir los datos verbales en texto, los cuales fueron obtenidos en las grabaciones.

En las observaciones, se recopilarán los datos y se realizará una organización de estos de acuerdo con los siguientes criterios establecidos en un instrumento: cosmovisión de la cultura cabécar, tradiciones de la cultura cabécar, interacción con miembros de la comunidad, interacción con personas externas de la comunidad y métodos de enseñanza de la cultura cabécar. Además, se elaborará un cuadro comparativo según las categorías en estudio, que ayuden a brindar un panorama general del contexto.

Para concluir este apartado, cabe mencionar que para el análisis de los datos obtenidos por medio de los instrumentos descritos en esta sección se aplicará la inducción analítica, ya que, Wittrock (1989), como se citó en Schettini y Cortazzo (2015), detallan que el

investigador debe “construir los vínculos claves entre los diversos datos que le permitirán arribar a las afirmaciones. Para encontrar esos vínculos claves, el investigador busca patrones de generalización dentro del caso en consideración” (p. 31). Esto bajo la premisa de buscar entender su forma de ver el mundo, las actividades sociales a las que están ligados y los valores que poseen.

# Capítulo V. Reporte de hallazgos

Para la elaboración de esta investigación se realizó una entrevista a los docentes de matemáticas de los centros educativos en estudio. Además, se entrevistó a los miembros del CLEI ancianos de la comunidad y a "una activista de la cultura indígena". Asimismo, se realizaron observaciones de campo con un rol participante en los dos colegios bajo investigación. En total se realizaron cinco entrevistas y dos observaciones de campo.

Para analizar los datos obtenidos en los instrumentos aplicados, se realizó una categorización de la información. La siguiente tabla menciona las categorías creadas y brinda una breve explicación de estas.

***Tabla 1***

*Categorías del análisis de hallazgos*

| ***Categoría 1*** | ***Categoría 2*** | ***Categoría 3*** |
|---|---|---|
| Políticas Educativas | Mediación pedagógica | Etnoeducación y Etnomatemática |
| En esta categoría se analizan aspectos relacionados al Programa de Estudios y a los pilares de la Política Curricular Educar para una Nueva Ciudadanía. | En esta categoría se analizan aspectos relacionados a las estrategias de mediación pedagógica, así como el planeamiento didáctico, ambas en relación con el contenido de función lineal. | En esta categoría se analizan aspectos relacionados a la integración de la población indígena a la cultura nacional. También se estudian las costumbres, las tradiciones y la cosmovisión del pueblo cabécar. |

## 5.1. Análisis de entrevistas a profesores

### Categoría 1

Primeramente, se describirán los principales hallazgos que se obtuvieron de las entrevistas a los profesores de las instituciones en estudio respecto a la categoría 1 (Políticas Educativas).

En este sentido, es necesario mencionar que, en una de las preguntas de la entrevista, se les consultó a los docentes si ellos aplicaban en sus clases los ejes disciplinares establecidos en el Plan de Estudios de Matemática del 2012. Los ejes mencionados son: la resolución de problemas, la contextualización activa, el uso de las TIC (Tecnologías de Información y Comunicación) y el uso de la historia matemática.

Ahora bien, ante la interrogante planteada uno de los docentes mencionó que él si aplicaba todos los ejes trasversales, mientras que el otro docente mencionó que sólo aplicaba algunos. Estas afirmaciones son trascendentales para la presente investigación, debido a que les muestra a los investigadores que actualmente no en todos los colegios, con población indígena cabécar en Turrialba, se les están enseñando a los estudiantes con base en lo establecido en el Programa de Estudios.

En el marco teórico se señala el uso de los ejes disciplinares en los salones de clase, porque estos motivan a los estudiantes, promueven la investigación, el conocimiento y benefician en el aprendizaje. De la misma manera, el uso de la contextualización activa y la resolución de problemas en contextos reales conlleva a fomentar las habilidades y creencias positivas en la Matemática, siendo estos dos últimos los centrales y los que se utilizan con regularidad en los salones de clases.

Así mismo, en el estado del arte se mencionan artículos desarrollados por: Sánchez Ávila (2017), Vásquez Hernández y Torres Hernández (2018), además, Carbajal Requiz y Pozo Estrada (2019), investigadores que resaltan la necesidad de que los programas de estudios de matemática sean contextualizados de acuerdo con las características y aspectos culturales, cotidianos y la cosmovisión de los pueblos indígenas, ya que cada población presenta diversas formas de desarrollarse en su entorno y también diferentes maneras de aprender. Estos aspectos son parte de los ejes transversales propuestos en el programa de estudio de matemática del 2012 y que en la entrevista a los docentes se evidencia que no es uno de los utilizados principalmente.

En la misma línea, otra de las interrogantes que se les planteó a los docentes era si ellos aplicaban los pilares de la Política Curricular "Educar para una Nueva Ciudadanía" dentro del salón de clases. Los pilares de esta política son: la Educación para el Desarrollo Sostenible, la ciudadanía digital con equidad social y el fortalecimiento de una ciudadanía planetaria con identidad nacional.

Al analizar la información suministrada por los docentes, los investigadores notan que uno de ellos menciona que, sí aplica los pilares de la política curricular dentro de sus clases, mientras que el otro solo aplica algunos, sin embargo, ambos educadores no los conocen con claridad.

Ante esta política, el MEP (2015) menciona que educar para una nueva ciudadanía requiere de un cambio profundo en la forma en la que se educa, para esto se asumen abordajes pedagógicos novedosos que propicien un máximo desarrollo de las capacidades de cada uno de los discentes. Dicho esto, uno de los principales retos a los que se enfrentan es que los docentes desconozcan los pilares de esta política con claridad, por lo que, puede tener

complicaciones en la mediación pedagógica para poder incorporarlos y desarrollarlos significativamente los estudiantes.

Así mismo, Gavarrete Villaverde (2015) con su investigación detallada en el estado del arte, menciona que uno de los problemas que se investigan son las necesidades que existen en la formación docente en matemática para los profesionales que laboran en las zonas geográficas donde su población es mayoritariamente de un grupo étnico de Costa Rica, lo cual permite justificar que los educadores de los liceos en estudio presentan deficiencias en el desarrollo de los procesos del programa de estudios como son los pilares de la política.

**Categoría 2**

Seguidamente, se detallarán los principales hallazgos en relación con la mediación pedagógica. Conforme a esta perspectiva, es importante destacar que se les consultó a los profesores acerca de los recursos y materiales didácticos que implementaban dentro de las lecciones de matemáticas.

Ante dicha situación, los profesores comentaron que ellos trataban en la medida de lo posible elaborar el material con el cual iban a trabajar, esto para poder contextualizar de forma más efectiva, los ejercicios y problemas de algún tema en específico con aspectos que estén presentes en la zona indígena.

Uno de los profesores implementa palabras en cabécar, para que los estudiantes comprendan de una mejor manera la materia e incluir la contextualización mediante su propio idioma. Los investigadores observaron que cada profesor presente en los colegios adapta al contexto de los materiales y no por un material generalizado como los libros nacionales.

Esto permite evidenciar uno de los ejes disciplinares ya mencionados en la primera categoría, el cual es uno de los ejes centrales, la contextualización activa, que según el MEP (2012) señala que, de esta manera, se busca motivar al estudiantado mediante contextos cercanos a su entorno que conlleve a fomentar el desarrollo de habilidades cognitivas y a su vez favorecer las actitudes y creencias hacia la matemática mediante una aplicabilidad de los contenidos.

De manera similar, otra de las preguntas formuladas a los docentes es, si ellos incorporaban actividades como talleres, juegos, laboratorios, exposiciones, proyectos, análisis de casos u otras actividades similares a las mencionadas, dentro de los salones de clases en la enseñanza de las matemáticas.

Según la información proporcionada por los profesores, ellos indican que sí han implementado los juegos como actividades recreativas para el aprendizaje de los estudiantes. Uno de los docentes indica que él utiliza en ocasiones las exposiciones en cabécar en sus clases con alumnos que dominen la materia.

Debido al proceso que implica la preparación de las actividades y con las declaraciones de los educadores, se obtiene como resultado que, dentro de la zona indígena cabécar de Turrialba, los docentes tratan de implementar actividades interactivas con los estudiantes, pero dichas se ven limitadas en el sentido de la variedad y no en la cantidad, ya que, predomina los juegos matemáticos y las exposiciones, dejando parcialmente fuera de las clases a las demás dinámicas educativas.

En la misma línea, Vásquez Hernández y Torres Hernández (2018) en su investigación señalan que preparan a los docentes que laboran en las comunidades indígenas

mediante actividades como: talleres, conversatorios y capacitaciones, en las cuales participan docentes de matemática, asesores y directores de las instituciones. Con la finalidad de que aprendan mediaciones pedagógicas didácticas, para enseñar de manera creativa y dinámica los contenidos matemáticos y contextualizados a cada población indígena. Lo que conlleva a deducir que los docentes encuestados en el presente estudio requieren de mayor capacitación para diseñar variedad de material.

De forma análoga, otra de las interrogantes planteadas a los profesores es acerca de aquellos posibles conocimientos de la cultura cabécar, que hayan incorporado en las estrategias de enseñanza de Matemáticas dentro de las lecciones o si tienen o no conocimiento acerca de esta cultura.

A partir de la información brindada, ambos profesores mencionan que solo incorporan conocimientos sobre el lenguaje cabécar en sus estrategias de enseñanza, dicha característica la contextualizan con números y el nombre de algunos animales junto con la cantidad de patas que tienen. Por otra parte, uno de los docentes menciona que no utiliza la historia sobre su cultura, porque los estudiantes ya no muestran interés por las leyendas, además, consideran que son una mentira.

Aunado al párrafo anterior, Gavarrete Villaverde (2015), en su investigación, detalla que los programas de estudios de Matemática están diseñados hacia la población del GAM, por lo que provoca un gran choque cultural a la hora de trasladarlos a zonas como la indígena cabécar, y que, además, se estudia la formación docente en matemática que laboran en estas zonas. Por lo que se propuso un modelo para la formación de profesores que trabajan en entornos indígenas y que permitió la motivación en los docentes al crear actividades didácticas donde reconocieron y caracterizaron elementos del conocimiento matemático

cultural y los usaron para la planificación docente en el diseño de actividades contextualizadas.

De acuerdo con la teoría recopilada, Aroca Araújo (2013) hace visible la necesidad de que el docente de Matemática vincule sus clases con la realidad de sus estudiantes, ya que el contexto, las situaciones y problemas que utiliza en una zona urbana van a ser totalmente distintas a las que utiliza en una zona rural.

Asimismo, se puede contrastar que los educadores de los Liceos de la zona indígena cabécar de Turrialba, que fueron entrevistados requieren de mayor formación para desarrollar estrategias de enseñanza que incorporen saberes propios de la cultura.

Por otra parte, continuando con las preguntas dirigidas a los docentes, se mencionan cuáles estrategias han utilizado para implementar el contenido de función lineal. Esta interrogante va más dirigida al contenido matemático con el cual se desea desarrollar la UD.

La respuesta de uno de los docentes fue que él hacía que los estudiantes se "empaparan" un poco del contenido, por medio de un video que ejemplifica lo que es una función lineal y sus aplicaciones en la vida cotidiana o también, implementaba el uso de GeoGebra con la cual se podía visualizar un dibujo de la función, a partir de la ecuación que él mismo les daba a los estudiantes, con estas dos situaciones trataba que los discentes se hicieran una idea del contenido con el cual se iba a trabajar. Mientras que el otro docente mencionó que sí se le dificultaba contextualizar dicho tema.

A partir de las estrategias implementadas en el contenido de función lineal, los investigadores analizan que los métodos aplicados consisten en trabajar y observar un video

o dibujo introductorio de la función lineal, lo cual evidencia la complejidad que tienen los profesores para introducir el tema en las clases.

Seguidamente, de las preguntas planteadas a los profesores, se comenta acerca de las principales dificultades que han presentado a lo largo de su profesión con el abordaje de función lineal, además, se analizará en conjunto con la pregunta sobre las dificultades que han presentado con los estudiantes al momento de aprender dicho contenido matemático.

Según la información brindada, uno de los profesores menciona que los conocimientos previos y el ausentismo han sido las principales dificultades de los salones de clases, ya que, como él mismo detalla los estudiantes en temporada de invierno por las fuertes lluvias faltan por las condiciones de los caminos, incluso recalca que algunos tienen que trabajar.

Por otra parte, el mismo profesor relaciona las deficiencias en los conocimientos previos con el ausentismo, debido a que los estudiantes cuando faltan al colegio pierden la explicación y la actividad planeada, haciendo que los profesores se tengan que devolver constantemente a repasar dicho tema.

El otro profesor menciona que su principal dificultad con el tema con los años ha sido la representación algebraica de la función lineal, ya que, afirma ser abstracta, por lo que a los estudiantes se les dificulta mucho su aprendizaje.

Según las deficiencias mencionadas por los docentes, Alpízar Vargas et al. (2018), resaltan que dentro de las principales dificultades que muestran los estudiantes en el aprendizaje de la función lineal es con respecto a la parte algebraica, con la cual extraen conclusiones erróneas, asimismo, al presentarse el criterio de una función de modo algebraico

no saben interpretar la correspondencia de los pares ordenados, la pendiente ni el valor de "b", entre otros errores relacionados con las distintas representaciones de la función lineal.

La última interrogante planteada sobre la categoría dos, es si los profesores han logrado contextualizar el contenido de función lineal con las tradiciones y cosmovisión de la cultura cabécar dentro de sus materiales o clases, pregunta de importancia para la finalidad del trabajo, ya que se va a elaborar un material didáctico con dicho contenido matemático.

En relación con la información adquirida, uno de los profesores menciona que él no tiene nada contextualizado en relación con los aspectos de tradiciones y cosmovisión, que solamente posee material convencional, aquel que se puede sacar de libros o internet, mientras que el otro docente comenta que ha contextualizado con esos aspectos solamente a través de ejercicios en GeoGebra animado. Ambos educadores indican que con la parte de la cultura se les ha dificultado mucho, porque no están muy involucrados culturalmente.

Con base en lo mencionado por lo profesores acerca de la contextualización del contenido de función lineal con las tradiciones y cosmovisión, se determina que la relación es nula. Esto se debe a la ausencia de materiales y actividades que estén directamente relacionadas con esos dos aspectos. Los docentes carecen de conocimientos culturales, a pesar de convivir con estudiantes que poseen saberes culturales diversos.

De este modo, Morales Beleño et al. (2018) realizaron una investigación sobre la desvinculación existente entre los libros de texto en Geometría y la realidad de los estudiantes, además, abre paso a posteriores trabajos donde se analicen otros aspectos culturales desde otro enfoque matemático diferente a la Geometría, como lo es la función lineal. Esto permite analizar que es importante el material contextualizado a la realidad de

cada población, utilizando materiales de apoyo como libros de texto, pero sin ser la fuente primaria para transmitir el conocimiento.

**Categoría 3**

De manera similar, se describirán los principales hallazgos obtenidos por las entrevistas efectuadas a los docentes de los colegios en investigación en relación con la etnoeducación y etnomatemática.

De esto, uno de los educadores expresa que en la institución donde labora sí se hacían convivios con sabios mayores de la zona, pero esta práctica se tuvo que eliminar, porque los sabios mayores se aprovechaban para cobrar altos montos de dinero a cambio de su presencia en estos eventos, así que a nivel institucional decidieron no volver a realizar este tipo de actividades culturales.

El otro profesor mencionó que en el centro educativo al que él pertenece participaba de un evento denominado el encuentro de Liceos Rurales, en donde interactuaban con miembros de otros colegios rurales de la zona de Turrialba, también menciona que se realiza una noche de talentos abierta al público en general, donde los pobladores indígenas interactúan con la comunidad estudiantil.

El aspecto mencionado es preocupante, ya que es una realidad que entre menos practiquen su cultura ancestral y hablen sus lenguas originarias, hay más posibilidades de que se vayan perdiendo. La Mesa Nacional Indígena de Costa Rica (2009) reafirma lo expuesto cuando “consideran que la pérdida de su cultura es por falta de práctica, vergüenza de hablar su lengua delante de otras personas” (p. 82).

En relación con la etnoeducación Ortega Cobo y Giraldo Paredes (2019), recomiendan utilizar las aulas como un ejemplo para este concepto, dado que es donde se presenta mayor multiculturalidad, debido a que, puede haber alumnos pertenecientes tanto a los grupos mayoritarios como a los minoritarios, provocando así, que se impartan cursos de lengua y cultura para promover la definición de identidad y reconocimiento por parte de los demás estudiantes.

Por su parte, Blanco Álvarez (2008) propone que la etnomatemática se debe de encargar de recuperar los saberes matemáticos autóctonos que se han perdido a lo largo del tiempo, o bien, que se encuentren inmersos en la vida cotidiana como: en la agricultura, el lenguaje, la música, la danza y la medicina tradicional.

Por lo cual, estos aspectos no se evidencian por los docentes entrevistados, puesto que no desarrollan espacios dentro ni fuera de las aulas para promover la conservación de su cultura a través del aprendizaje de la matemática.

En el estado del arte, Morales Beleño et al. (2018) y, Carbajal Requiz y Pozo Estrada (2019) muestran investigaciones acerca de la Etnoeducación y la Etnomatemática en poblaciones indígenas, mediante estudios de sus comportamientos y pensamientos matemáticos, donde la persona se somete a una serie de talleres, observaciones y pruebas para recolectar información necesaria sobre su desarrollo de aprendizaje de la Matemática.

Además, se describen investigaciones donde se realizan talleres con artesanos de las zonas indígenas, para el estudio de la población, sus características y formas de aprender, así como observar sus conocimientos, lo cual permite contextualizar los contenidos a sus

particularidades. Este tipo de actividades permite acercar y estudiar a las poblaciones como en este caso puede ser la indígena cabécar.

Del mismo modo, Sánchez Ávila (2017) en la investigación desarrollada logra evidenciar una preocupación por la pérdida de aspectos culturales de la cosmovisión cabécar, debido a la educación no indígena que se incorpora por parte del MEP y al aprendizaje de contenidos obligatorios que no poseen contexto para estos estudiantes.

### 5.2. Análisis de entrevistas a nativos

#### Categoría 1

En este instrumento no se recolectaron datos referentes a la categoría: Políticas educativas.

#### Categoría 2

A continuación, se detallan los principales descubrimientos con respecto a la mediación pedagógica, que corresponde a esta categoría. Con respecto a esta particularidad, es importante destacar que se les consultó a las personas nativas del territorio indígena cabécar de Turrialba con respecto a la mediación pedagógica utilizada para trasmitir sus saberes.

Sobre este punto, los integrantes del CLEI mencionan que el modelaje de situaciones que posean un comportamiento lineal en el campo propiamente de la cultura es difícil, pues Dios les dejo todo completo, no se da en un sentido lineal, lo relacionan con el Génesis y las creaciones de las cosas, sin embargo, no tienen conocimiento del orden en que fueron creadas las cosas.

Así mismo, plantean la realidad de los clanes como posible, detallan que es una línea matrilineal, las mujeres mantienen el clan al heredarlo de madre a hija, cada persona que pertenezca al él es tomada como familia. Detallan algunas de las formas en las cuales se puede perder este linaje algunos de ellos son: el caso de que se tenga hijos varones y el caso de que la indígena elija de compañero a un no indígena, en este punto es importante mencionar que no solamente pierde el clan, sino que es expulsado de la reserva, por lo que se ve obligado a salir de este territorio.

Por otra parte, mencionan las etapas que deben seguir los niños de la comunidad como escenario lineal, pues desde que la mujer está embarazada, el niño crecerá humana e intelectualmente, se realizan curaciones y formaciones que le otorgan diversas especialidades mientras crece. Las etapas iniciales se describen a continuación: la primera el embarazo de la madre, la siguiente se da cuando el niño tiene entre tres y cinco años que se realiza la purificación, la posterior se da cuando el niño creció y está a cargo del "jaguá" o el médico quien le indica el proceder.

De la misma forma, ejemplifican con el proceso que viven los habitantes que desean ocupar los cargos especiales donde el conocimiento se da en una escala de crecimiento, el niño a los 5 años inicia su formación como doctor, con pequeñas actividades que puede ir realizando hasta que cumplir con lo que Dios dejo en el mundo tridimensional, el niño en su preparación para el cargo de "jo" se debe iniciar con cuatro tareas sencillas en cada vez que alguna persona fallece siempre acompañando a un mayor que lo guía, allí se trasmite el conocimiento. En estos cargos el niño debe de practicar 206 veces estas tareas para que se le considere en el cargo, además de requisitos para trabajar bien, servirle al pueblo al vivir lo

suficiente, algunos requisitos son: seguir una dieta estricta donde no se pueda consumir sal o cosas dulces, no pueden compartir en pareja meses.

En estas situaciones de enseñanza aprendizaje que describen los miembros del CLEI, Otero (2015), menciona que se debe "recalcar la importancia que tienen la pedagogía, los diferentes modelos, las diversas estrategias de enseñanza, y los materiales didácticos y mediadores que por sí solos ya son portadores de saber y bien utilizados, pueden mejorar notablemente los procesos de enseñanza" (p. 17). Pues es común que se presenten situaciones, algunas comunes para todas las personas habitantes del territorio indígena y escenarios según la profesión en que se desarrolle, cada una con distintos métodos y técnicas de solución brindadas por el mayor responsable de transmitirlas, en los cuales deben comprender y actuar con base en sus conocimientos previos.

Por ello, en estas situaciones se evidencia uno de los ejes disciplinares que se muestran en el programa de estudios de matemática del MEP (2012) con su enfoque principal la resolución de problemas en contextos reales, en los que se promueve el trabajo en situaciones cercanas al estudiante.

**Categoría 3**

A continuación, se describen los principales hallazgos que se obtuvieron de las entrevistas a los nativos del territorio indígena cabécar de Turrialba con respecto a la categoría de etnoeducación y etnomatemática.

En primer lugar, uno de los hallazgos obtenidos de los instrumentos de recolección de información es que no se tiene un número exacto de las tradiciones y costumbres del pueblo cabécar de Chirripó, debido a que estas son transmitidas de manera oral por los sabios

mayores. Algunas de las tradiciones se han intentado preservar por instituciones y personas externas a su población con recursos como libros.

Además, el MEP (2014) describe que las personas mayores de las familias en el pueblo cabécar trasmiten su cosmogonía y cosmovisión a sus hijos y nietos. Estas personas, han contado sus historias, tradiciones, costumbres, idioma, danzas, cantos, medicina natural, de generación en generación, para preservar los conocimientos culturales; práctica que se hace de manera tradicional desde la oralidad. Se cuentan alrededor del núcleo familiar o en canciones "Bulsiqué", en fiestas y chichadas.

Respecto a los descubrimientos obtenidos, la cultura cabécar se basa en un sistema matrilineal, donde la madre hereda el clan a sus hijos y transmite los conocimientos. Aunado a la información recolectada, el MEP (2014) explica que los cabécares están organizados mediante clanes siguiendo la línea materna, estos clanes surgen del lugar llamado San José Cabécar, el cual es considerado como sagrado, ya que, ahí está la raíz indígena, que luego se traslada a distintas zonas de Chirripó.

Familiarmente, conservan el clan de las madres, aspecto que organiza socialmente sus relaciones y construcción de la identidad. El hombre se une a la familia de la esposa y aporta como miembro más a la manutención del hogar. El trabajo se realiza de forma compartida en la preparación de la tierra, cultivo y recolección. Los hijos hombres y el padre se encarga de tareas como recoger la cosecha, cazar y pescar.

Por otro lado, las hijas y madres se dedican al cuido de los hijos más pequeños, la preparación de alimentos y aseo de la vivienda; aunque también ayudan a las labores agrícolas, construcción de viviendas, trueque de productos agrícolas, siembra y cosecha.

Igualmente, se obtiene a partir de las entrevistas que la cultura en estudio no tiene un sistema de escritura formal, por esta razón, cuando se trata de incluir el lenguaje cabécar escrito para facilitar la comprensión de las personas de este grupo étnico, no siempre se obtiene el resultado esperado. A continuación, se presenta un extracto de una entrevista realizada a una persona nativa, donde menciona algunos inconvenientes encontrados al utilizar los cajeros automáticos del Banco Nacional de Costa Rica en Turrialba:

> *En el Banco Nacional que está el cabécar escrito, pero nosotros como cabécar no acostumbramos a leer, nosotros aprendemos por medio de la comunicación oral todos los días, entonces cuando una persona se le pone, digamos que se lleve este caso en el Banco Nacional y es una forma de guiarse por medio de lectura es muy difícil.*

Asimismo, Camacho Brown y Watson Soto (2012b) mencionan que los cabécares hablan su propio lenguaje y se transmite de forma oral, por esta razón para personas con poco estudio académico se les dificulta la escritura del cabécar, ya que este idioma es originalmente oral y se ha transmitido por generaciones de esta manera. Por otra parte, la persona entrevistada también indica que la escritura cabécar es muy abierta y puede variar de una persona a otra, debido a que, no hay una escritura formal que establezca parámetros para indicar si algo está mal escrito o no, lo cual es evidenciado en la siguiente parte de la entrevista:

> *La escritura cabécar es como muy abierta digamos yo puedo escribir como yo quiera, no hay ninguna regla, no hay algo que me diga, no eso está mal escrito, los que escribimos si logramos notar ciertos detalles, porque aprendimos el abecedario*

*nuevo … entonces los que escribimos si tratamos de escribir de una manera correcta, yo puedo escribir diferente, otra persona puede escribir diferente.*

Otro de los hallazgos obtenidos fue que las personas de la población indígena cabécar entienden la mayoría del lenguaje español, sin embargo, les cuesta expresarlo de manera fluida. Asimismo, al preguntarle a estas personas si hablan español y cabécar, una de las respuestas obtenidas es la siguiente:

*Yo le digo todo el que está aquí entienden bien español, pero para expresarnos cuesta mucho para agilizar más rápido, para manejar palabras técnicas, eso nos cuesta mucho, pero escuchar y entender ellos entienden claro, hasta los chiquillos entienden claro, pero para ya para que expresar nos cuesta mucho.*

El MEP (2013b), indica que la población indígena cabécar “habla el 95% su idioma y el 70% hablan el español. Con ello, mantienen el idioma, su cultura, que desde sus antepasados han conservado, para comunicarse con la naturaleza, con el mundo, con el entorno y con ellos mismos" (p. 121).

Por otro lado, las personas adultas entrevistadas pertenecientes a la cultura cabécar sienten que poco a poco los jóvenes van utilizando más el idioma español, así como la cultura no indígena, dejando de lado su idioma y tradiciones, lo cual se menciona en el siguiente fragmento de una de las entrevistas:

*El indígena moderno ya le da vergüenza hablar su idioma, ya el indígena moderno anda escuchando reguetón, no tengo nada en contra de esa música, pero es lo primero que una escucha por allá donde voy, ya nosotras, por ejemplo, hemos*

*transmitido música para desgranar maíz para trabajar, pero los jóvenes de ahora no quieren cantar eso porque les parece vergonzoso.*

Del mismo modo en la entrevista realizada a personas de la comunidad indígena cabécar de Kabebata, manifiestan la problemática que existe en cuanto a la perdida de la cultura en las nuevas generaciones, tanto en el idioma como en las costumbres propias, esto se ve reflejado en el extracto de entrevista presentado a continuación:

*Hay muchos niños que, si usted les da cosas de montaña, ya no comen. Yo tengo dos chiquillos que están en el colegio y una niña, yo siempre hablo con ellos, si usted no quiere comer, usted tiene que hacer lo suyo. Eso se está perdiendo, la mayoría se está perdiendo. Ahora usted ve a los niños, chiquillos, muchachos, usted ve y no hablan el cabécar si no hablan español porque se está perdiendo todos sus dialectos.*

Además, el MEP (2013b) afirma la existencia de pérdida cultural en territorios indígenas, debido a factores como la perdida de bosque, así como la lejanía de estos pueblos con los puestos de salud y educación. Estas comunidades minoritarias se encuentren influenciados por la cultura externa, ya que, varios grupos no indígenas ingresan a esta zona, como es el caso del personal de salud, docente y administrativo que asiste a los liceos, entre otros, con los que conviven cada vez más, lo que ha implicado que estos consuman productos no tradicionales para llenar sus necesidades básicas.

Cabe destacar las investigaciones nacionales de Vásquez Hernández y Torres Hernández (2018), Sánchez Ávila (2017) y Gavarrete Villaverde (2015), en las cuales se consideró como objetivo principal enseñar contenidos matemáticos utilizando elementos culturales, debido a que los planes de estudio del MEP son iguales para cualquier centro

educativo del país sin tomar en cuenta las particularidades de cada población. Por esta razón, este tipo de estudios son una manera de preservar la cultura y cosmovisión de los pueblos indígenas por medio de la etnomatemática.

El MEP (2014) explica que el Departamento Intercultural hace esfuerzos para que estas comunidades indígenas conserven sus costumbres y tradiciones, que deben fortalecerse con más maestros de la cultura, el lenguaje y atención a las condiciones de la infraestructura de algunas escuelas en territorios indígenas.

Por otra parte, los miembros de la comunidad entrevistados afirman que la lengua y cultura cabécar solo se recibe en la escuela, por lo que los jóvenes que asisten a colegios solo se nutren de la educación que ofrecen los planes de estudio del MEP, ajena a su cultura. El siguiente párrafo muestra una parte de la entrevista realizada a personas nativas de Kabebata:

> *En el colegio ya no hay maestro que les den lengua cabécar y cultura y en escuela sí, solo en la escuela reciben eso y solo ahí lo niños escriben lo que escribe la maestra y ya se les olvida, en la casa, donde sea, en los celulares va todo en español, no usan esos cabécar, así son todos los niños ahora. Solo reciben lo que escribe la maestra, cultura.*

Sumado a lo anterior, no todos los habitantes de la cultura cabécar se muestran satisfechos con los profesores que tienen para lengua y cultura cabécar, ya que, desde su perspectiva, el formarse en una universidad no tiene la validez suficiente dentro de la comunidad, debido a que ellos aprenden de personas adultas mayores el conocimiento de la cultura, el cual se va acumulando de los antepasados sin necesidad de algún tipo de título

académico, por lo que se refleja en el siguiente párrafo que consiste en parte de una entrevista realizada a personas de la comunidad de Kabebata:

> *Yo les digo a los jóvenes que están equivocados, porque aquí tiene maestro de lengua y maestro de cultura, el de cultura debe saber bien la cultura, un maestro que conozca para poder enseñar niños, porque si no ahorita cualquier estudiante de colegio o universidad dice bueno yo sirvo para eso, maestro de cultura y en realidad no saben.*

De manera similar, los miembros actuales del CLEI hicieron énfasis en que el MEP debería nombrar a personas sabias de la comunidad para enseñar la cultura cabécar, y no necesariamente a un profesor graduado de una universidad, cuando respondieron lo siguiente, en un extracto de la entrevista:

> *Por ejemplo, en el caso de con el permiso de ella, en el caso del papá de ella, ese señor está perdiendo el tiempo y MEP debe reconocer por lo menos como decir que bueno, él va a ser el asesor de cultura. Porque él es que quien tiene esa información y ese conocimiento tan claro que cualquiera que nosotros estamos aquí y se están perdiendo, el estado no ve eso.*

De igual manera, las personas que conforman el CLEI mencionan que se deben buscar formas de abrir puestos para estas personas sabias mayores, ya que estas personas poseen un gran conocimiento y cuando mueran se perdería para siempre, debido a que la mayoría de información solo se transmite de manera oral.

Al mismo tiempo, otro descubrimiento obtenido mediante las entrevistas es que las personas que no asistieron a centros educativos aprenden a contar de manera tradicional mediante objetos como: palos, piedras o chumicos. Además, dentro de su cultura no poseen

simbología para los números, y cuando se trata de una cantidad grande de números prefieren utilizar “muchos” para indicar la cantidad. Por otro lado, los jóvenes pertenecientes a esta población ahora aprenden a contar en la escuela y colegio con las clases de matemáticas, y algunos de estos les enseñan los números y el conteo a sus padres.

Asimismo, otra inquietud transmitida por las personas entrevistadas es que hoy en día los jóvenes prefieren la educación no indígena porque les ofrecen diferentes comodidades como la alimentación o becas socioeconómicas, en contraste con la educación propia de su cultura donde no tienen estas comodidades que ofrece el gobierno. Esta situación se refleja en esta parte de la transcripción de una entrevista:

> *Porque muchas veces como digo yo, el gobierno es un monstruo y nadie puede enfrentarlo, sabemos que él quiere mucho sus instituciones y trae enseñanza de diferentes países, por eso siempre nos gana, porque el pueblo indígena estudia sin beca, sin nada, para su propia cultura … por eso los jóvenes dicen mejor colegio más fácil, nos dan beca, nos dan comida, podemos comer bien y dejan de lado eso.*

De esta manera, surge un conflicto entre la educación indígena y la etnoeducación recibida por esta población, ambos términos explicados por Moreno Doña y Calvo Muñoz (2010) en el marco teórico. La educación indígena es la educación que se brinda por los planes de estudio del MEP en estos centros educativos rurales, en los cuales el gobierno apoya económicamente mediante becas y beneficio de comedor.

En contraste, para ejercer algún cargo cultural dentro de la comunidad se necesitan años de preparación, así como seguir dietas y rituales. De esta manera, contrario a la educación brindada por los centros educativos, en la comunidad indígena no se dan becas

económicas o algún otro incentivo que motive a las nuevas generaciones, sino que más bien deben restringirse en los alimentos y deben dedicar años de vida en la preparación.

Por otra parte, se tiene la costumbre de realizar dietas para eventos especiales como: ante la disminución en cosecha o producción, para curar enfermedades, al comprar animales, en la menarquía, para el proceso de embarazo, nacimiento de un bebé o el velorio de una persona. Además, estas ceremonias o rituales son guiadas por personas con cargos especiales dentro de la comunidad y que solamente ellas pueden hacerlas, algunos de estos puestos son: "jawá", "jo", "namaitamí", "burú" entre otros.

Los integrantes del CLEI mencionan el gran proceso que deben atravesar los miembros de la comunidad para ejercer uno de estos cargos en el siguiente fragmento de la entrevista:

> *Para ser una "namaitamí" se inicia desde los cinco años hasta los 17 años, porque tienen que ir cuatro veces a cada una de las especies de animales grandes hasta que concluya eso, a ella le entregan un título, ya sea un bastón, un collar o ya la comunidad la conoce como "namaitamí" así sucesivamente con las demás profesiones dentro del territorio indígena.*

Otro punto importante dentro de la comunidad cabécar es la agricultura, el MEP (2014) indica que utilizan la siembra de maíz, frijoles, plátanos, bananos, tubérculos, cacao, pejibaye. Además, los tubérculos son relevantes dentro de su agricultura por las siguientes ventajas: pueden cultivarse en diferentes condiciones de suelo, se propagan sin mucha dificultad, son poco susceptibles a plagas serias, toleran las precipitaciones pluviales fuertes y se pueden sembrar durante todo el año.

En el mismo orden de ideas, los habitantes de estos pueblos utilizan solamente técnicas culturales para los cultivos, por ejemplo, el uso de las de las fases de la luna, lo cual queda registrado en la respuesta obtenida mediante la entrevista:

> *Las matemáticas no nacieron ayer, nacieron no sé hace cuantos años, entonces esa sincronicidad de la luna con la tierra, el tiempo espacio lo usaban los indígenas para sembrar, yo soy una, yo uso la luna para sembrar, entonces yo si hago un corte, si hago alguna cosa sé cuándo va a dar un buen fruto, sé cuándo esta va a estar dulce, se porque es que los limones, naranjas u otras cosas están muy ácidas.*

También, se tienen comidas tradicionales como alimentos que tienen hojas, hongos, cangrejos, pescados, ardillas y bebidas realizadas a base de: yuca, banano, pejibaye, maíz, malanga, entre otros. Cabe resaltar que ante una cosecha nueva de maíz o banano se reúnen para celebrar con diferentes comidas y realizar danzas tradicionales.

### 5.3. Análisis de las observaciones de campo

#### Categoría 1

En este instrumento no se recolectaron datos referentes a la categoría: Políticas educativas.

#### Categoría 2

En este apartado, se detallan los principales hallazgos obtenidos de las observaciones de clase realizadas a las instituciones: Liceo Rural Grano de Oro y Liceo Rural Kabebata de Turrialba, relacionadas con la mediación pedagógica impartida dentro de las aulas.

Cada uno de los docentes muestra en el desarrollo de la clase una estructura de planeamiento según lo estipulado en los lineamientos del MEP, tenido en cuenta las etapas de la resolución de problemas, es necesario aclarar que las situaciones presentadas se confeccionan con contexto matemático, en las cuales los estudiantes presentan mayor dificultad, al dejar de lado el entorno personal o inmediato, asociado a lo que menciona Otero (2015), sobre la importancia de la pedagogía, las diversas estrategias, los modelos, los materiales didácticos y los docentes mediadores, quienes pueden mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de estas habilidades, que refuerza el MEP (2012), al recalcar la importancia del contexto inmediato del estudiante en la elaboración de las actividades propuestas dentro del planeamiento didáctico.

Siguiendo con las ideas de Otero (2015), los materiales didácticos son importantes en el quehacer docente, pues tienen como función promover el aprendizaje activo, al brindar la oportunidad de analizar, sintetizar y aplicar los conocimientos adquiridos en el salón de clases.

Durante las observaciones realizadas, se pudo verificar que los materiales trabajados por los estudiantes se encuentran escritos en español y en el caso de una de las instituciones se plantean situaciones donde se utiliza el contexto inmediato, específicamente de su entorno, mientras que en la otra institución se presentan únicamente situaciones matemáticas para abordar el tema de función lineal.

**Categoría 3**

En este apartado, se detallarán los principales hallazgos obtenidos de las observaciones de clase realizadas en las instituciones Liceo Rural Grano de Oro y Liceo

Rural Kabebata de Turrialba, relacionadas con la etnoeducación y etnomatemática en el proceso de aprendizaje en el salón de clase; así como, en los periodos de convivencia.

Durante las observaciones se evidenció que, en el Liceo de Grano de Oro, donde hay población estudiantil indígena y no indígena, los estudiantes interactúan entre sí sin importar la etnia a la que pertenecen.

Dentro del salón de clases trabajan de forma conjunta, participan de actividades educativas, comparten experiencias y presentan dudas de forma constante. Fuera del salón de clase, la convivencia entre los grupos étnicos se caracteriza por el intercambio de juegos, conversaciones, interacciones propias de la identidad etaria del estudiantado. En este caso, se logra apreciar que, dentro de la interacción de las personas, los estudiantes conviven cotidianamente de forma sana y pacífica, reflejando lo expresado por Ortega Cobo y Giraldo Paredes (2019), quienes indican que el salón de clase es el lugar ideal para el desarrollo de la etnoeducación, debido al intercambio y la convivencia existente.

En lo referente al uso del idioma, en el caso del Liceo de Grano de Oro, la población estudiantil se comunica alternando el idioma cabécar y el español, indiferentemente; es necesario destacar que la población no aborigen no habla el idioma cabécar, conocen el significado y la pronunciación de algunos vocablos; pero no estructuran conversaciones amplias. Ortega Cabo y Giraldo Paredes (2019) reafirman la idea anterior cuando que mencionan que el idioma una base principal del proceso educativo, al utilizar las aulas como un espacio propicio para el encuentro de las distintas culturas, donde se pueda promover la identidad y el reconocimiento de esta cultura.

Por otro lado, en el Liceo Rural Kabebata, donde la población estudiantil es totalmente de la etnia indígena, el idioma de conversación coloquial es el cabécar y el uso del español se enfatiza en la comunicación con la persona docente o a la hora de expresar ideas propias de la asignatura. Esto se debe, principalmente, a que las personas docentes no son nativas cabécares y no hablan el idioma, asimismo, no existen los vocablos en cabécar para expresar los conceptos o principios de la función lineal desarrollada en las lecciones de matemática. Aunado a esto, en ambos centros educativos, los docentes no incorporan elementos relacionados a la cosmovisión de la cultura indígena, del mismo modo las clases carecen de vinculación con aspectos culturales como lo son las tradiciones propias de esta población.

Al contrastar esta situación con la teoría, se evidencia que no existen equipos etnopedagógicos que fomenten las prácticas educativas en esta área, no se observan procesos de intervención por parte de la administración, ni la contextualización correspondiente, los saberes propios de la asignatura predominan por sí mismos, sin realizar en enlace con la situación socio cultural de la población, así mismo, carece de una lectura integral del territorio. En palabras de la persona docente, los planeamientos se realizan siguiendo los parámetros establecidos por el programa de estudio y los principios determinados por el MEP.

**Tabla 2**

*Metodologías de aprendizaje implementadas por los docentes del Liceo Rural grano de Oro y Liceo Rural Kabebata*

- Uso de ejes transversales como resolución de problemas
- Actividades recreativas como juegos
- Exposiciones en cabécar
- Uso de algunas palabras en cabécar como nombres de animales o números
- Video introductorio
- GeoGebra
- Libros en español
- Material educativo en español
- Participación activa de los estudiantes en la solución de prácticas

En la tabla 2, se evidencia un resumen de las principales metodologías implementada por los docentes entrevistados del territorio indígena cabécar, que laboran en el Liceo Rural Grano de Oro y Liceo Rural Kabebata.

**Tabla 3**

*Dificultades de aprendizaje detectadas por los docentes del Liceo Rural grano de Oro y Liceo Rural Kabebata en el contenido de función lineal*

- Deficiencia en conocimientos previos
- El ausentismo incide en el aprendizaje de los contenidos
- Dificultades en la representación algebraica de la función lineal por ser muy abstracta
- No contextualizar el contenido debido a la falta de conocimiento sobre la cultura

Ahora bien, la tabla 3 muestra un resumen de las dificultades evidenciadas por los mismos docentes sobre el aprendizaje del contenido de función lineal.

**Tabla 4**

*Factores socioculturales de los habitantes del territorio indígena cabécar que inciden en el diseño de la propuesta didáctica*

- Sistema matrilineal, pues es la madre quien hereda el clan.
- El niño en su preparación para el cargo de "jo" se debe iniciar con cuatro tareas sencillas en cada vez que alguna persona fallece siempre acompañando a un mayor que lo guía, allí se trasmite el conocimiento.
- No hay un número exacto de costumbres y tradiciones ya que son transmitidas de manera oral por los sabios de la comunidad.
- Los hijos hombres y el padre se encarga de tareas como: recoger la cosecha, cazar y pescar.
- Las hijas y madres se dedican al cuido de los hijos más pequeños, la preparación de alimentos y aseo de la vivienda; aunque también ayudan a las labores agrícolas, construcción de viviendas, trueque de productos agrícolas, siembra y cosecha.
- No tiene un sistema de escritura formal.
- La población indígena cabécar entiende la mayoría del lenguaje español, sin embargo, les cuesta expresarlo de manera fluida.
- Las personas que no asistieron a centros educativos aprenden a contar de manera tradicional mediante objetos como: palos, piedras o chumicos.
- Dentro de su cultura no poseen simbología para los números, y cuando se trata de una cantidad grande de números prefieren utilizar "muchos" para indicar la cantidad.
- Se tiene la costumbre de realizar dietas para eventos especiales como: ante la disminución en cosecha o producción, para curar enfermedades, al comprar animales, en la menarquía, para el proceso de embarazo, nacimiento de un bebé o el velorio de una persona.

- Comidas tradicionales como: alimentos que tienen hojas, hongos, cangrejos, pescados, ardillas y bebidas realizadas a base de: yuca, banano, pejibaye, maíz, malanga, entre otros.
- Ante una cosecha nueva de maíz o banano se reúnen para celebrar con diferentes comidas y realizar danzas tradicionales.
- El número 4 es el número perfecto en su cultura.
- Algunos de los puestos son: “jawá”, “jo”, “namaitamí”, “burú” entre otros.

Finalmente, en la tabla 4 se describe brevemente los hallazgos socioculturales obtenidos en las entrevistas a los habitantes de la comunidad indígena cabécar de Turrialba, los cuales brindan aspectos de utilidad para la contextualización de la propuesta a diseñarse en el contenido de función lineal.

# Capítulo VI. Propuesta Didáctica

## 6.1. Propuesta didáctica

**Contenido:** Función lineal

**Habilidades específicas**

Según lo establecido por el MEP (2012) las habilidades especificas por abordar en el contenido de función lineal son:

- Representar gráficamente una función lineal.
- Determinar la pendiente, la intersección con el eje de las ordenadas y de las abscisas de una recta dada, en forma gráfica o algebraica.
- Determinar la ecuación de una recta utilizando datos relacionados con ella (p. 410).

**Nota:** En la presente UD se utilizarán dos colores de fuente, lo escrito en negro representa los datos proporcionados por el docente, mientras que lo escrito en azul son las soluciones esperadas por el alumnado.

**Etapa 1: El aprendizaje de conocimientos**

Para la primera etapa se plantea que el profesor pueda desarrollar los siguientes problemas, ya que, en esta fase se inicia con la adquisición de nuevos conocimientos, asimismo es recomendable llevar a cabo esta etapa mediante una o varias lecciones.

1. **Propuesta de un problema/Trabajo estudiantil independiente/Discusión interactiva y comunicativa:**

En esta sección, el profesor brinda algunos ejercicios al estudiante, los cuales debe resolver de forma independiente por sus propios medios, para posteriormente pasar a la discusión de los resultados obtenidos por todos los estudiantes, para así observar las diferentes formas de cómo llegar a la solución de este.

**Problema #1:** Lea la siguiente situación y responda las preguntas que se encuentran a continuación de esta:



Fernando Obando es un agricultor de la zona de Alto Chirripó, ha presentado dificultades en los últimos meses con el crecimiento de sus plantas de maíz, para mejorar su próxima cosecha decide realizar una ceremonia, en donde pide permiso a los bosques, a los seres cuidadores de los bosques, a los seres vivos que están en las montañas y los que no podemos ver. Una vez hecha esta ceremonia, las plantas de maíz de don Fernando crecen una cuarta cada 8 días después de haber brotado la semilla.

**a)** Observe la siguiente tabla que muestra el crecimiento de la planta de maíz de acuerdo con los días transcurridos

| Días transcurridos | 0 | 8 | 16 | 24 | 32 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (cuartas) | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |

**b)** ¿Cuántos días han de transcurrir para que la planta alcance una altura de 10 cuartas?

| Días transcurridos | 40 | **48** | **56** | **64** | **72** | **80** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (cuartas) | 5 | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |

R/ Han trascurrido 80 días para que la planta alcance una altura de 10 cuartas.

**c)** ¿Cuál es la altura en cuartas de dicha planta al transcurrir 120 días?

| Días transcurridos | **80** | **88** | **96** | **104** | **112** | **120** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (cuartas) | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** |

R/ La altura de dicha planta al transcurrir 120 días es 15 cuartas.

**d)** Si la longitud de una cuarta equivale a 18 $cm$. ¿Cuántos días transcurren para que la planta alcance una altura de 180 $cm$?

| Días transcurridos | 0 | 16 | 32 | 48 | 64 | 80 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Altura (cuartas) | 0 | **2** | **4** | **6** | **8** | **10** |
| Altura (centímetros) | 0 | **36** | **72** | **108** | **144** | **180** |

R/ Transcurren 80 días para que la planta alcance una altura de 180 $cm$

**Problema 2:** Lea la siguiente situación y responda las preguntas que se encuentran a continuación de esta:



En la cultura cabécar se utiliza la palabra "sá jula" para representar nuestra mano, es decir, 5 unidades de algún objeto.

La familia Obando tiene varios racimos de bananos que utilizan en la elaboración de chicha y cada uno de estos racimos tiene 4 manos de banano. Para llenar una botella de un litro con chicha se utilizan dos manos de bananos.

**a)** Observe la siguiente tabla que muestra la relación entre la cantidad de banano utilizado y los litros de chicha elaborada

| Cantidad de manos de banano utilizado | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de botellas | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

**b)** ¿Cuántas manos de banano necesita la familia Obando para elaborar 12 botellas?

| Cantidad de manos de banano utilizado | **14** | **16** | **18** | **20** | **22** | **24** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de botellas | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |

R/ La familia Obando necesita 24 manos de banano para elaborar 12 botellas de chicha.

**c)** La familia Obando tiene 18 botellas. Supongamos que el día de hoy van a realizar chicha con 46 manos de banano. ¿La cantidad de botellas que tienen es suficiente para almacenar toda la chicha que desean realizar? ¿Cuántas botellas les sobran o faltan para embotellar la cantidad de chicha elaborada?

| Cantidad de manos de banano utilizado | **26** | **28** | **30** | **32** | **34** | **36** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de botellas | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** |

R/ La cantidad de botellas con la que cuenta la familia Obando no es suficiente para embotellar la chicha realizada, ya que, les faltan 5 botellas.

**d)** Considere que para llenar un balde se necesitan 20 botellas de un litro. ¿Cuántas botellas se ocupan para llenar 5 baldes con chicha?

| Cantidad de botellas | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de baldes | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

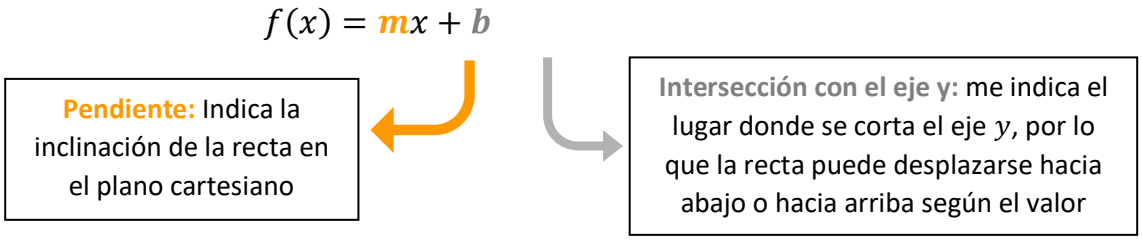
R/ Se ocupan 100 botellas de un litro para llenar 5 baldes con chicha.

## 2. Clausura o Cierre

En esta sección el profesor procede a formalizar los conocimientos por medio de la teoría matemática, además, soluciona algunos ejemplos, esto con la finalidad de que los estudiantes amplíen sus saberes matemáticos.

**Definición: Función lineal**

Una función lineal es aquella que su representación en el plano cartesiano es una recta. Se representa de la forma $f(x) = mx + b$, donde $m, b$ son constantes reales y $x$ es la variable independiente y $y$ es la variable dependiente.




**Ecuación de la recta**

El criterio de la función lineal $f$ se puede expresar como $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R};\ f(x) = mx + b$

**Cálculo de la pendiente**

La pendiente es el grado de inclinación de la recta, cuyo ángulo está formado por la recta y el eje horizontal, se calcula por medio de la razón de cambio en $y$ con respecto al eje $x$ dados dos puntos de la recta $(x_1, y_1)$ y $(x_2, y_2)$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Según el valor numérico de $m$, la pendiente de la recta se clasifica en alguno de los siguientes casos:

| **CRECIENTE** | **DECRECIENTE** | **Constante** |
|---|---|---|
| $m > 0$ | $m < 0$ | $m = 0$ |
|  |  |  |

**Cálculo de la intersección con el eje $y$ o eje de las ordenadas**

Para calcular la intersección con el eje $y$ o $b$, se utiliza la fórmula $b = y - mx$

**Gráfica de una recta**

Para graficar una recta es importante recordar que los números enteros se utilizan para representar situaciones cotidianas opuestas, a continuación, se muestran algunas convenciones que existen:

| Desplazamiento | Positivo $(+)$ | | Negativo $(-)$ | |
|---|---|---|---|---|
| Vertical | Arriba | Norte | Abajo | Sur |
| Horizontal | Derecha | Este | Izquierda | Oeste |

**Ejemplo #1:** Grafique la recta:

$$y = 32x + 1$$

Para graficar se debe recordar que $b$ es la intersección con el eje de las ordenadas, en este caso dicha intersección será el punto $(0,1)$.

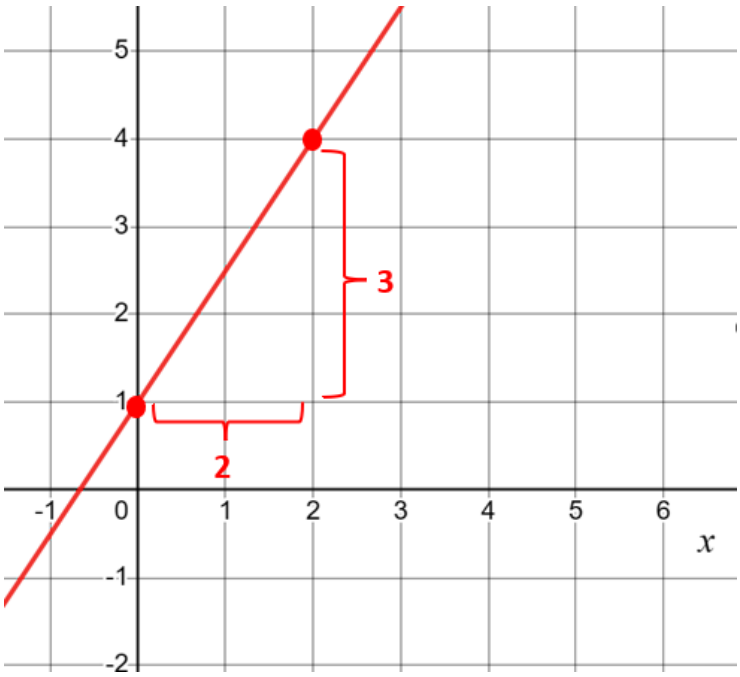
Se debe recordar que la pendiente es la razón entre los valores de $y$ y los valores de $x$. Con esto se sigue que:

$$m = 32 \Rightarrow \frac{\Delta y}{\Delta x} = 32$$

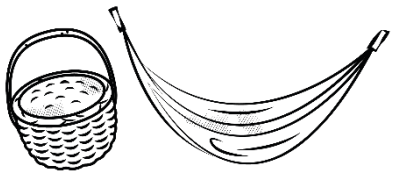
Lo anterior indica que a partir del punto de intersección con el eje $y$, se debe trasladar el punto 2 unidades hacia la derecha y tres unidades hacia arriba.

Una vez se ubican ambos puntos en el plano cartesiano, se realiza la línea que los une considerando el valor de la pendiente.

La información anterior se refleja en la siguiente imagen:




**Ejemplo #2:** Lea la siguiente situación:



Los cabécares realizan diversas artesanías como canastas y hamacas, para estas se utilizan fibras de árboles como guarumo, pita, burío o mastate. Si Freddy desea construir una canasta necesita 4 fibras de guarumo y para realizar tres canastas utiliza 12 fibras de guarumo.

**a)** Complete la siguiente tabla con base en la información brindada anteriormente

| Cantidad de canastas realizadas | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de fibras de guarumo | **4** | **8** | **12** | **16** | **20** | **24** | **28** | **32** |

**b)** Si Freddy elaboró 8 canastas. ¿Cuántas fibras de guarumo utilizó?

R/ Utilizó 32 fibras de guarumo para elaborar las 8 canastas.

**c)** Si Freddy cuenta con 24 fibras de guarumo. ¿Cuántas canastas podrá realizar?

R/ Freddy podrá realizar 6 canastas con las 24 fibras de guarumo.

**d)** Escriba la relación (patrón) que existe entre la cantidad de canastas realizadas con la cantidad de guarumo que se necesita para la elaboración de estas

R/ Por cada canasta se necesitan 4 fibras de guarumo.

**II Etapa: La movilización y aplicación de los conocimientos**

Para esta segunda etapa se plantea que el profesor pueda desarrollar los siguientes ejercicios, ya que, esta fase se centrada en la aplicación de los conocimientos adquiridos, se busca que los procedimientos aprendidos se ejecuten de manera automática, ampliando así la destreza en las formas de expresión o representación de la información, tales como fórmulas, símbolos, gráficas y diagramas.

1. **Ejercicios etnomatemáticos**

En esta sección se brinda una serie de problemas etnomatemáticos (relacionados con la cultura cabécar) que el docente puede utilizar en la en la movilización y aplicación de conocimientos (práctica), para comprobar que los discentes hayan comprendido el tema en estudio.

**Ejercicio #1:** Lea la siguiente situación:

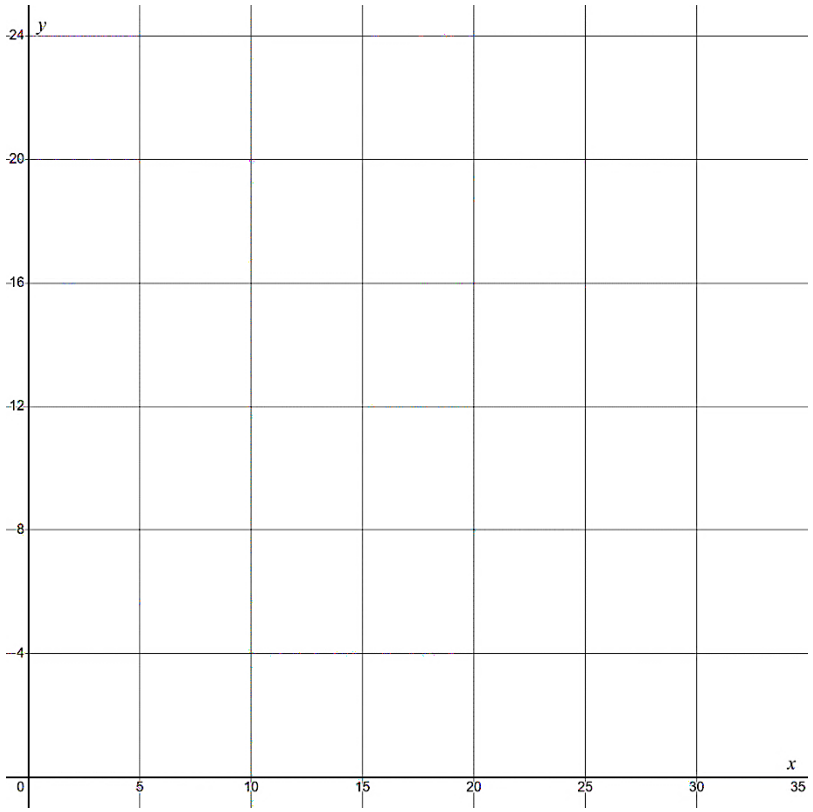


Ileana recolecta agua a partir de las lluvias, la cual se puede hervir para para el consumo humano. En una noche lluviosa Ileana recolectó 30 botellas de agua de lluvia, considere que por cada 5 botellas de agua de lluvia se obtienen 4 botellas de agua hervida.

**a)** Complete la siguiente tabla que muestra la relación de la cantidad botellas de agua de lluvia respecto a la cantidad de botellas de agua hervida.

| Cantidad de botellas de agua de lluvia | **30** | **25** | **20** | **15** | **10** | **5** | **0** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de botellas de agua hervida | **0** | **4** | **8** | **12** | **16** | **20** | **24** |

**b)** Utilice la siguiente gráfica para representar la relación entre el agua de lluvia y el agua hervida.




**Ejercicio #2:** Lea la siguiente situación:

En el pueblo indígena los cabécares cada vez que hay una nueva cosecha de maíz se reúnen para celebrar con danzas y tomando bebidas como la chicha a base de maíz, esta bebida es elaborada en hojas. Este año, para esa celebración se desea invitar a personas de la comunidad, para elaborar la bebida se necesita 3 mazorca por cada persona.



- ¿Cuántas mazorcas se necesitan si se invitan 17 personas?

| Cantidad de invitados | **1** | **3** | **5** | **7** | **9** | **11** | **13** | **15** | **17** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de mazorcas | **3** | **9** | **15** | **21** | **27** | **33** | **39** | **45** | **51** |

R/ Se necesitan 51 mazorcas para darle bebida a los 17 invitados.

- ¿Cuántas personas pueden beber la chicha si se utilizaron 150 mazorcas de maíz?

Note que la ecuación de la recta que modela la situación anterior es:

$$y = 3x$$

Calculemos la cantidad de personas que pueden consumir chicha a partir de las 150 mazorcas

$$150 = 3x \Longrightarrow \frac{150}{3} = x \Longrightarrow 50 = x$$

R/ Con las 150 mazorcas pueden realizar chicha para 50 personas.

**Ejercicio #3:** Lea la siguiente situación:



En la comunidad de Grano de Oro algunos comerciantes tienen vehículos de cajón, los cuales utilizan para transportar insumos desde el pueblo de Tayutic a Grano de Oro y viceversa. Por esto, algunos choferes aprovechan la oportunidad para realizar viajes desde el minisúper "La Central" en Tayutic hasta el minisúper de Grano de Oro. Estos choferes cobran ₡5000 por realizar un viaje de Tayutic a Grano de Oro. Ahora bien, si una persona desea ir a otra comunidad del territorio indígena, el chofer cobra ₡1000 adicionales por cada kilómetro marcado en el odómetro (marcador de kilometraje).

**a)** Exprese algebraicamente la situación planteada anteriormente

$$y = 1000x + 5000$$

**b)** Complete la siguiente tabla

| Kilómetros marcados en el vehículo | 3 | 6,5 | 9 | 10,8 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|
| Monto por pagar en colones | 8000 | 11500 | 14000 | 15800 | 17000 |

**c)** ¿Cuánto deberá pagar un docente que viaja desde Tayutic hasta el Liceo Rural de Kabebata que se encuentra a $8\ km$ de Grano de Oro?

$$y = 1000 \cdot 8 + 5000 \implies y = 8000 + 5000$$

$$y = 13000$$

R/ El docente deberá pagar ₡13000 por el viaje.

**d)** Si una persona paga ₡32500. ¿Cuál es la cantidad aproximada en $km$ que pudo recorrer desde Grano de Oro?

$$32500 = 1000x + 5000 \implies 32500 - 5000 = 1000x$$

$$27500 = 1000x \implies \frac{27500}{1000} = x$$

$$27{,}5 = x$$

R/ Pudo recorrer 27,5 $km$ desde Grano de Oro.

**Ejercicio #4:** Lea la siguiente situación:

La tradición de los pueblos cabécares hace referencia a que la madre hereda el Clan, esto quiere decir que los parientes de la madre también son sus familiares, pues la madre es quién hereda el clan. La historia cuenta que Sibö otorgo diferentes clanes, de esta manera cada uno de los habitantes del pueblo indígena sabe con quién pueden casarse y con quién no.



Se realizó un conteo para conocer la cantidad de personas que pertenecen al clan "kibe" (libélula) de dónde se determinó que hay 173 habitantes que pertenecen al poblado de Roca Quemada; además, se dan 2 nacimientos por mes, donde la madre ha tenido un único bebé vivo y ningún miembro del clan ha sido expulsado.

**a)** Identifiquen las variables que se mencionan en la situación

R/ Las variables que se mencionan en la situación son la cantidad de personas que pertenecen al clan "kibe" y la cantidad meses transcurridos.

**b)** Complete la siguiente representación tabular de la situación

| Cantidad de meses transcurridos | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Cantidad de personas que pertenecen al clan "kibe" | 173 | 175 | 177 | 179 | 181 |

**c)** Exprese la situación de forma algebraica

$$y = 173 + 2x$$

**d)** ¿Cuántas personas pertenecerán al clan "kibe" al pasar 10 meses?, si se mantienen las condiciones brindadas en la situación

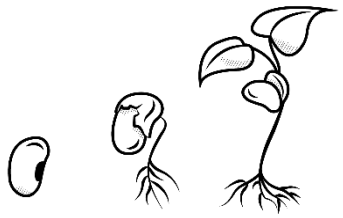
R/ Al pasar los 10 meses la cantidad de personas que pertenecerán al clan "kibe" son en total 193 nativos.

## 2. Ejercicios para pruebas estandarizadas

En esta sección se brinda una serie de problemas que poseen la estructura que propone el MEP en las pruebas estandarizadas, los cuales el docente podrá utilizar en la movilización y aplicación de conocimientos (práctica), para comprobar que los discentes hayan comprendido el tema en estudio. Es importante que esta propuesta cuente con estos ejercicios, debido a que, los estudiantes de las instituciones en estudio también serán sometidos a estas pruebas nacionales.

**Ejercicio #5:** Resuelva el siguiente problema:

La ecuación del crecimiento de una planta está dada por la fórmula $h = 3d + 9$, donde "$h$" es la altura en centímetros de la planta y "$d$" es el número de días transcurridos desde que la planta fue sembrada.



**a)** ¿Cuál es la altura inicial de la planta cuando fue sembrada?

$$h(0) = 3 \cdot 0 + 9 = 9$$

R/ La altura inicial de la planta es 9 $cm$.

**b)** ¿Cuál es la altura de la planta después de 15 días desde su siembra?

$$h = 3 \cdot 15 + 9$$

$$h = 45 + 9$$

$$h = 54$$

R/ La altura de la planta después de 15 días desde su siembra es de 54 $cm$.

**c)** Si la altura de la planta es de 42 centímetros, ¿cuántos días han pasado desde que fue sembrada?

$$42 = 3d + 9 \Longrightarrow 42 - 9 = 3d$$

$$33 = 3d \Longrightarrow \frac{33}{3} = d \Longrightarrow d = 11$$

R/ Han pasado 11 días desde que fue sembrada.

**Ejercicio #6:** Resuelva el siguiente problema.

Martín posee un bazar, él compra los zapatos en un almacén que está en el centro de Turrialba a un precio de ₡4300 cada uno, para poder venderlos a ₡9300 en su bazar que está en Grano de Oro, pero por servicios públicos (agua, luz e internet), alquiler del local y otros gastos fijos debe pagar ₡90000 colones mensuales.



**a)** Exprese la ganancia neta que obtiene al vender $x$ cantidad de zapatos.

$$y = 5000x - 90000$$

**b)** ¿Cuántos zapatos debe vender para no tener ni pérdidas ni ganancias?

$$0 = 5000x - 90000 \Longrightarrow 90000 = 5000x$$

$$\frac{90000}{5000} = x \Longrightarrow x = 18$$

R/ Debe vender 18 zapatos para no tener ni pérdidas ni ganancias.

**c)** Si al final de octubre, tuvo una ganancia de ₡420000. ¿Cuántos zapatos vendió en ese mes?

$$420000 = 5000x - 90000$$

$$420000 + 90000 = 5000x$$

$$510000 = 5000x \Longrightarrow \frac{510000}{5000} = x$$

$$x = 102$$

R/ Debe vender 102 zapatos para tener una ganancia de ₡420000.

**Ejercicio #7:** A partir de las siguientes funciones lineales, determine el valor de la pendiente y de la coordenada de intersección con el eje de ordenadas

**a)** $y = 5x - 1$ $m = 5$ $b = -1$

**b)** $y = \frac{8}{5}x + 3$ $m = \frac{8}{3}$ $b = 3$

**c)** $y = -\frac{7x + 14}{7}$ $m = -1$ $b = 2$

**d)** $14y + 7 = -7x$ $m = -\frac{1}{2}$ $b = -\frac{1}{2}$

**Ejercicio #8:** Determine la función lineal dados los datos proporcionados.

**a)** Pasa por los puntos $A: (2,1)$ y $B: (3,3)$

$$m = \frac{3-1}{3-2} = \frac{2}{1} = 2$$

$$b = 1 - 2 \cdot 2 = 1 - 4 = -3$$

$$\therefore y = 2x - 3$$

**b)** Pasa por los puntos $C: (3, -1)$ y $D: (-1,3)$

$$m = \frac{3 - {}^{-}1}{-1 - 3} = \frac{3+1}{-4} = \frac{4}{-4} = -1$$

$$b = 3 - {}^{-}1 \cdot -1 = 3 - 1 = 2$$

$$\therefore y = -x + 2$$

**c)** Pasa por los puntos $E: \left(\frac{7}{2}, \frac{2}{3}\right)$ y $F: \left(0, -\frac{7}{5}\right)$

$$m = \frac{\frac{7}{5} - \frac{7}{2}}{0 - \frac{2}{3}} = \frac{-\frac{21}{10}}{-\frac{2}{3}} = \frac{21 \cdot 3}{2 \cdot 10} = \frac{63}{20}$$

$$b = -\frac{7}{5} - \frac{63}{20} \cdot 0 = -\frac{7}{5}$$

$$\therefore y = \frac{63}{20}x - \frac{7}{5}$$

**d)** $m = 3$ y pasa por el punto $G: (-5, -4)$

$$b = -4 - 3 \cdot -5 = -4 + 15 = 11$$

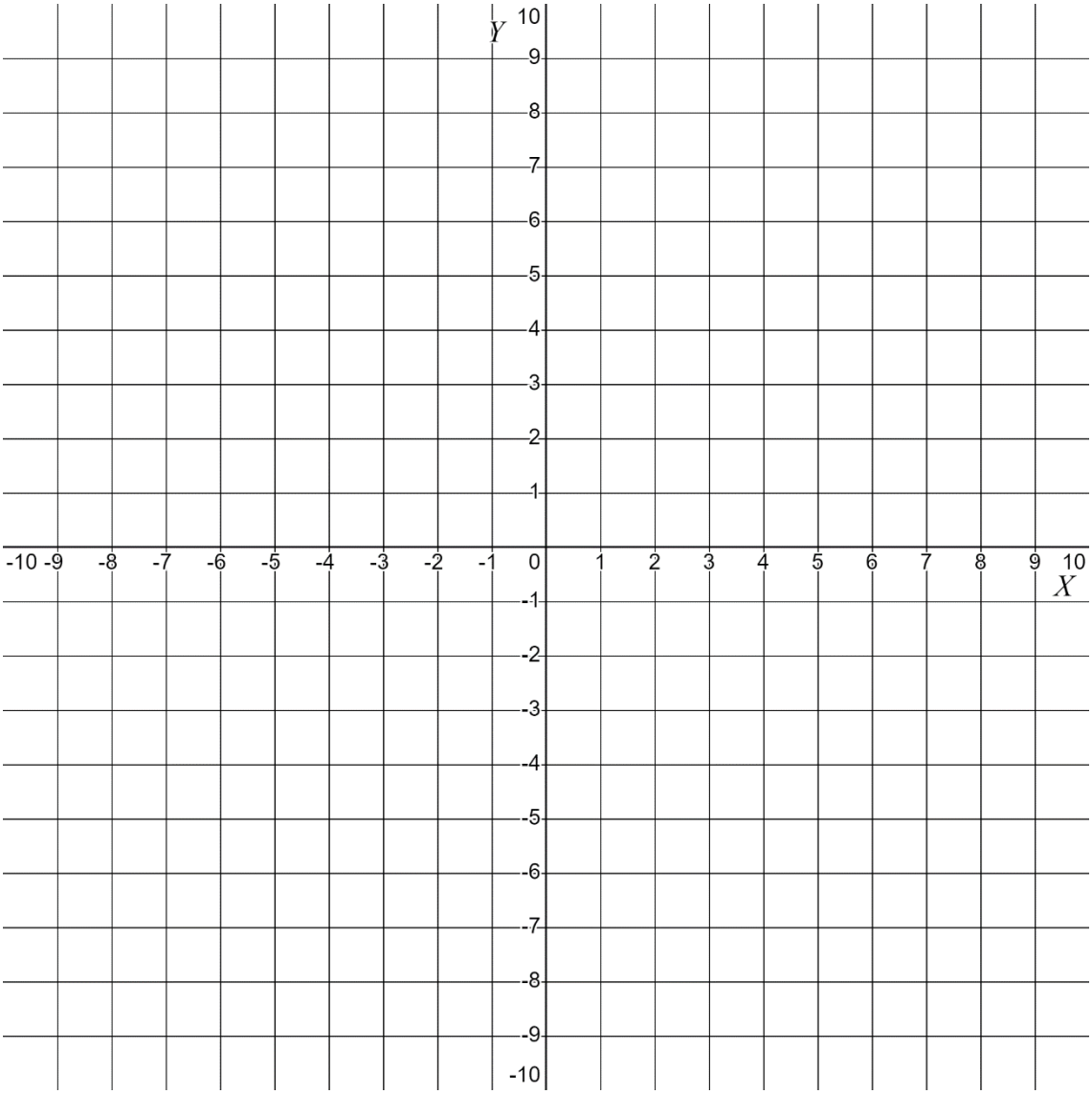
$$\therefore y = 3x + 11$$

**e)** $m = -7$ y $b = 2$

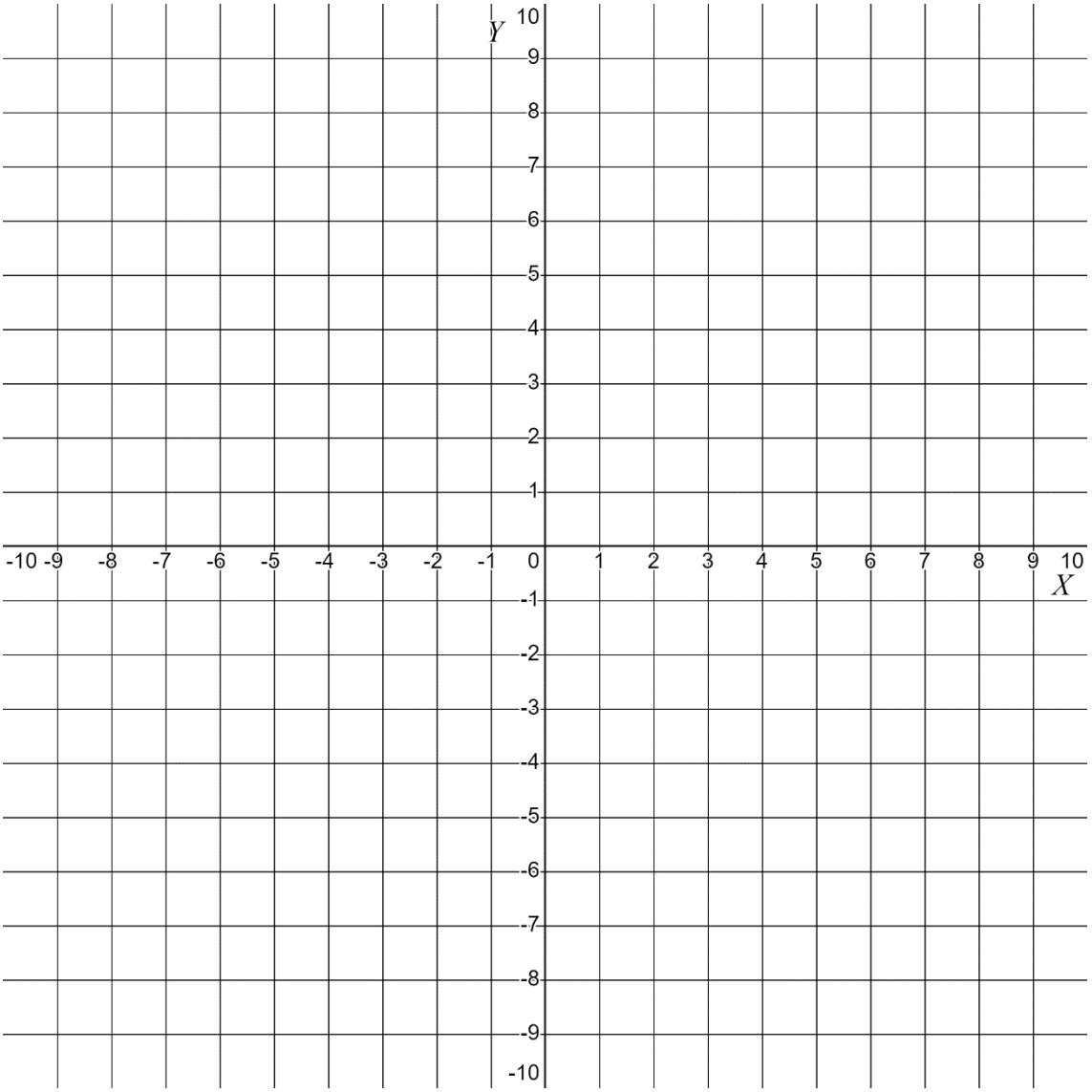
$$\therefore y = -7x + 2$$

**Ejercicio #9:** Grafique las siguientes funciones lineales, a partir de la forma algebraica brindada.

$$y = 2x - 5$$



$$y = -\frac{3}{5}x + 3$$



# Capítulo VII. Conclusiones

En el presente apartado se presentan las diferentes conclusiones obtenidas en la realización del trabajo de investigación, las cuales se organizan de acuerdo con los objetivos planteados inicialmente.

**Objetivo específico 1: Describir los lineamientos del Programa de Estudio de Matemática y la Política Curricular Educar para una Nueva Ciudadanía, para la elaboración de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigida a los docentes las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba.**

En relación con la política curricular Educar para una nueva ciudadanía, ésta tiene sus bases en tres pilares fundamentales: Educación para el Desarrollo Sostenible, Ciudadanía Digital con Equidad Social y el fortalecimiento de una Ciudadanía Planetaria con Identidad Nacional.

Sumado a lo anterior, la política curricular visualiza cuatro principales retos, los cuales son: la formación continua de las personas que integran cada comunidad educativa, la mediación pedagógica, el fomento de ambientes de aprendizaje diversos y enriquecidos; y la evaluación formativa y transformadora.

Por otra parte, con respecto a los programas de estudio del MEP, en matemática, se consideran cinco ejes transversales, los cuales son: la resolución de problemas, la contextualización activa, el uso inteligente y visionario de tecnologías digitales, la potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a las matemáticas, y, por último, el uso de la Historia de las Matemáticas.

Además, el MEP establece que la organización de las clases de matemática se realiza en dos etapas, las cuales son: aprendizaje de conocimientos y movilización y aplicación de los conocimientos. Al mismo tiempo, estas etapas se estructuran en cuatro momentos centrales: propuesta de un problema, trabajo estudiantil independiente, discusión interactiva y comunicativa, así como la clausura o cierre.

**Objetivo específico 2: Identificar las estrategias de enseñanza que utilizan los docentes en la zona indígena Cabécar para la mediación pedagógica en el contenido de función lineal, con el propósito de obtenerlos insumos requeridos para la elaboración de una propuesta didáctica, por medio de entrevistas etnográficas.**

No se evidencia un total conocimiento de los pilares de la política curricular vigente por parte de los profesores de matemáticas entrevistados, por lo cual, es posible que no se apliquen de manera adecuada dentro de los salones de clases.

Con respecto a la incorporación de los lineamientos del MEP en las clases, los docentes incorporan la estructura de acuerdo con lo establecido; donde se consideran las cuatro etapas de la clase. Sin embargo, las situaciones problema utilizadas no se contextualizan con la cultura cabécar. En este sentido, cabe resaltar que los profesores no son nativos de la zona, sino que se desplazaron para laborar en esta región, por lo tanto, no dominan el lenguaje y aspectos de la cultura.

En los colegios rurales de Grano de Oro y Kabebata, los docentes entrevistados implementan actividades interactivas con los estudiantes, donde se utiliza con mayor frecuencia los juegos matemáticos y las exposiciones. Asimismo, los docentes presentan

dificultades para introducir el tema de función lineal, ya que utilizan principalmente métodos como la observación de un video o dibujo.

Sobre la incorporación de elementos de la cultura cabécar en las estrategias de enseñanza, se concluye que se implementa una pequeña cantidad de palabras del cabécar, por ejemplo, números y animales. Además, no se consideran aspectos culturales como las costumbres, tradiciones o cosmovisión, dentro de la enseñanza de la matemática, debido a que los docentes no poseen gran conocimiento cultural a pesar de convivir con personas nativas de la comunidad. Sumado a esto, los educadores mencionan que los recursos principales utilizados para enseñar son libros en español e internet.

**Objetivo específico 3: Identificar desde la etnomatemática los factores socioculturales requeridos para el diseño de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigido a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba, por medio de entrevistas etnográficas.**

El ausentismo y la deficiencia de conocimientos previos en el tema de función lineal son las causas principales que dificultan un adecuado aprendizaje del contenido matemático, detectadas por los mismos docentes en estudio. Adicionalmente, los docentes mencionan que la representación algebraica es una dificultad que ha presentado la población estudiantil a lo largo de los años.

En las instituciones participantes del estudio, no se brindan espacios para desarrollar actividades propias de la cultura indígena cabécar, a pesar de existir una convivencia entre los pobladores de las comunidades y los estudiantes. En relación con esto, uno de los

educadores expresa que en la institución en la que labora se hacían convivios con sabios mayores de la zona, pero esta práctica se tuvo que eliminar, pues se tenía un gasto económico elevado a nivel institucional.

Sobre las técnicas de conteo, en las poblaciones cabécar se utilizan objetos como palos, piedras o chumicos. También se evidencia que no existe simbología para su sistema de numeración, y cuando se quieren referir a una cantidad grande prefieren utilizar la palabra "muchos" para indicar tal cifra. En esta línea, las nuevas generaciones aprenden números y conteo por medio de los centros educativos, y en algunos casos estos enseñan a los padres los conocimientos matemáticos.

Con respecto a las tradiciones y costumbres de la cultura cabécar, no se puede definir un número exacto de estas, pues son transmitidas de forma oral por los sabios mayores. No obstante, se recalca que se realizan esfuerzos externos a la comunidad con la finalidad de preservar la cultura a través de libros enfocados en la parte lingüística, así como textos infantiles que intentan trasmitir y conservar la historia de estos poblados.

Los adultos entrevistados pertenecientes a estas comunidades de la cultura cabécar expresan que poco a poco los jóvenes van utilizando más el idioma español, así como la cultura no indígena, dejando de lado su idioma y tradiciones. Inclusive, mediante las entrevistas se evidencia que las nuevas generaciones se sienten avergonzados de aspectos como: comer platillos tradicionales, cantar la música propia de la cultura mientras trabajan, hablar su lengua; por lo cual, poco a poco van utilizando en mayor proporción la cultura exterior a estas comunidades como el idioma español, la comida, la música, el entretenimiento, entre otros.

Aunque esto no es objetivo del estudio, un resultado que se obtuvo es que los cabécares de las comunidades estudiadas presentan insatisfacción con respecto a los profesores que se nombran para la materia de lengua y cultura cabécar, debido a que para ellos los poseedores del conocimiento cultural son los sabios mayores que aprenden dentro de la comunidad, y no necesariamente las personas que estudian una carrera universitaria. Asimismo, los miembros del CLEI también enfatizan en que se debería contratar personas sabias de la comunidad para los aspectos culturales. Además, sumado a esto solo se recibe la materia de lengua y cultura cabécar en primer y segundo ciclo.

**Objetivo específico 4: Elaborar una propuesta didáctica en el contenido de función lineal para los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de la Dirección Regional de Turrialba.**

Las personas entrevistadas de las comunidades en estudio revelaron que se les dificulta leer y comprender el lenguaje cabécar de manera escrita, dado que esta población no cuenta con un sistema formal de escritura. Además, dentro de las personas que poseen las habilidades de lectoescritura en cabécar puede variar la manera en que se escribe la misma palabra.

En el Liceo Rural Kabebata no se recibe la materia de lengua y cultura cabécar, debido a que esta asignatura solo se imparte en primer y segundo ciclo; esta situación implica que los estudiantes de este centro educativo solamente se nutran de la educación proporcionada por los planes de estudio del MEP, la cual es ajena a su cultura, y se imparte en el idioma español.

Por estas razones, la propuesta didáctica no se elaboró en el idioma cabécar, asimismo, la estructura de la UD es con base en los lineamientos del MEP y se utilizan aspectos culturales cabécar para contextualizar la función lineal.

# Capítulo VIII. Recomendaciones

En este apartado, se detallan las recomendaciones planteadas a partir de los hallazgos del trabajo de investigación realizado, las cuales se organizan de acuerdo con los objetivos planteados inicialmente y así coadyuvar en la mejora de la Educación Matemática en la comunidad indígena cabécar de Turrialba y la transmisión de su cultura a las diferentes generaciones por medio de la enseñanza.

**Objetivo específico 1: Describir los lineamientos del Programa de Estudio de Matemática y la Política Curricular Educar para una Nueva Ciudadanía, para la elaboración de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigida a los docentes las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba.**

Se recomienda realizar actividades de capacitación en las instituciones educativas en estudio, con los docentes que laboran en la asignatura de matemática, acerca de los lineamientos propuestos por el MEP en el plan de estudios que sean aplicados a la cultura indígena cabécar. Además, aprovechar estos espacios para propiciar el acercamiento y la integración de los educadores a los aspectos culturales de la zona, como lo son las costumbres, las tradiciones, los cargos culturales y la cosmovisión del pueblo cabécar.

**Objetivo específico 2: Identificar las estrategias de enseñanza que utilizan los docentes en la zona indígena Cabécar para la mediación pedagógica en el contenido de función lineal, con el propósito de obtenerlos insumos requeridos para la elaboración de una propuesta didáctica, por medio de entrevistas etnográficas.**

Es pertinente revisar conocimientos previos en consonancia con las habilidades de los estudiantes para subsanar las carencias en la comprensión de la función lineal, tal como señalan los docentes entrevistados y la literatura consultada.

Se recomienda contemplar los métodos de aprendizaje de cada estudiante, para diseñar actividades didácticas variadas en la enseñanza de los diversos temas en matemática, tal como el uso de softwares, aplicaciones, problemas contextualizados, libros de historia enfocada en la cultura cabécar, entre otros.

**Objetivo específico 3: Identificar desde la etnomatemática los factores socioculturales requeridos para el diseño de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigido a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba, por medio de entrevistas etnográficas.**

En caso de futuras líneas de investigación con una naturaleza similar, se recomienda propiciar la comunicación con los adultos cabécares y la población no indígena por medio de grupos focales. Debido a que al estar en conjunto con otras personas se puede complementar las ideas que ellos mismos expresan y en caso de estar presente algún miembro que no comprenda o hable español le puedan ayudar con la traducción. Además, se recomienda como otra posible línea de investigación, realizar una propuesta dirigida al estudiante, donde este realice trabajo autónomo, con el fin de mitigar las posibles consecuencias que trae consigo el ausentismo de los estudiantes.

Con respecto a la transmisión de la cultura indígena cabécar y su cosmovisión se recomienda buscar el apoyo del CLEI como ente encargado de supervisar la transmisión y

conservación de los conocimientos culturales y ancestrales. Además, considerar el acercamiento a diversas entidades y personas pertenecientes a la comunidad para la realización de diferentes actividades.

**Objetivo específico 4: Elaborar una propuesta didáctica en el contenido de función lineal para los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de la Dirección Regional de Turrialba**

En futuras líneas de investigación se propone continuar con la validación de la propuesta didáctica planteada, con el objetivo que se pueda implementar en los colegios bajo en estudio. Posterior a esto, se puede contrastar los aspectos culturales de la propuesta con los conocimientos ancestrales que poseen los estudiantes, para así desarrollar una mejora, si existe, en los ejercicios propuestos en esta investigación.

Asimismo, otra futura línea de investigación podría evaluar si la propuesta diseñada contribuye a mejorar el proceso de enseñanza del tema de función lineal en los estudiantes de las instituciones estudiadas.

Del mismo modo, se sugiere elaborar investigaciones similares que sean dirigidas al proceso de enseñanza, en el cual se involucran a los docentes y estudiantes de otras instituciones del territorio indígena cabécar de Alto Chirripó. Para esto, se puede elaborar un manual para los docentes y otro para el uso de los estudiantes.

# Referencias

Albanese, V. y Perales, F. (2014). Pensar matemáticamente: una visión etnomatemática de la práctica artesanal soguera. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 17*(3), 261-288. https://www.relime.org/index.php/relime/article/view/197

Alpízar Vargas, M., Fernández Álvarez, H., Morales Reyes, J. y Quesada Segura, S. (2018). Dificultades y errores presentes en estudiantes de educación secundaria en el aprendizaje de la función lineal. *Revista de investigación y divulgación en matemática educativa*, (9), 6-19. https://www.researchgate.net/publication/327392179_DIFICULTADES_Y_ERRORES_PRESENTES_EN_ESTUDIANTES_DE_EDUCACION_SECUNDARIA_EN_EL_APRENDIZAJE_DE_LA_FUNCION_LINEAL

Álvarez Carneros, P. (5 de septiembre de 2015). *Aprendizaje significativo: dotando de significado a nuestros progresos*. Psicología y Mente. https://psicologiaymente.com/desarrollo/aprendizaje-significativo

Álvarez Pintor, J. (2020). La etnomatemática como método de enseñanza-aprendizaje para el desarrollo de la competencia intercultural en educación primaria. [Tesis de doctorado, Universidad de Córdoba]. https://helvia.uco.es/bitstream/handle/10396/20876/2020000002165.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Arias Tencio, F. y Barrantes Campos, H. (2010). *Introducción a la matemática formal desde las funciones*. Editorial Universidad de Costa Rica.

Aroca Araújo, A. (2013). Los escenarios de exploración en el Programa de Investigación en Etnomatemáticas. *Educación matemática, 25*(1), 111-131. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40528960005

Artunduaga Marles, L. (1997). La etnoeducación: una dimensión de trabajo para la educación en comunidades indígenas de Colombia. *Revista Iberoamericana de Educación*, (13), 35-45. https://rieoei.org/RIE/article/view/1136

Avendaño Arguedas, M., Conejo Solera, C., Cruz Maduro, G. y Torres Arias, R. (2002). *Planeamiento didáctico, mediación pedagógica y evaluación de los aprendizajes para la atención a la diversidad: un enfoque integral* [Archivo PDF]. https://mep.janium.net/janium/Documentos/9314.pdf

Ávila, A. (2014). La etnomatemática en la educación indígena: así se concibe, así se pone en práctica. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(1), 19-49. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274030901002

Blanco Álvarez, H. (2008). *La integración de la etnomatemática en la etnoeducación* [Archivo PDF]. https://www.researchgate.net/publication/279649547_La_integracion_de_la_etnomatematica_en_la_etnoeducacion

Borge, C. (2012). *Costa Rica: estado de la educación en territorios indígenas*. [Archivo PDF]. https://repositorio.conare.ac.cr/handle/20.500.12337/838

Cabezas, Y. (17 de diciembre de 2013). *Telesecundarias mueren para dar vida a liceos rurales*. crhoy. https://archivo.crhoy.com/telesecundarias-mueren-para-dar-vida-a-liceos-rurales/nacionales/

Cabrera, O. (1995). *Educación indígena, su problemática y la modernidad en América Latina* [Archivo PDF]. https://revistas.crefal.edu.mx/rieda/images/rieda-1995-1/ensayo1.pdf

Camacho Brown, L. y Watson Soto, H. (2010). La educación tradicional de la comunidad cabécar de Chirripó: algunas consideraciones. *Revista intersedes, 11*(20), 137-153. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/intersedes/article/view/1018

Camacho Brown, L. y Watson Soto, H. (2012a). Insumos pedagógicos para generar procesos educativos culturalmente pertinentes, en la educación inicial de las escuelas indígenas cabécares de Chirripó. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 12*(3), 1-22. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44723985001

Camacho Brown, L. y Watson Soto, H. (2012b). *Informe final del Proyecto de Investigación Construyendo procesos educativos culturalmente pertinentes desde el nivel inicial de las escuelas indígenas de Chirripó* [Archivo PDF]. https://bit.ly/2ZeSbz2

Campos y Covarrubias, G. y Lule Martínez, N. (2012). La Observación, un método para el estudio de la realidad. *Revista Xihmai, 7*(13), 45-60. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3979972

Carbajal Requiz, M. y Pozo Estrada, G. (2019). *La etnomatemática y el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los alumnos 5° grado de educación primaria en la I. E. 34116 de Yanacocha Yanahuanca - Pasco 2017* [Tesis de Licenciatura, Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión]. https://1library.co/document/q2mr49jy-etnomatematica-desarrollo-pensamiento-matematico-educacion-primaria-yanacocha-yanahuanca.html

Carvajal Jiménez, V., Cubillo Jiménez, K. y Vargas Morales, M. (2017). Poblaciones indígenas de Costa Rica y su acceso a la educación superior. División de Educación

Rural: Una alternativa de formación. *Revista Electrónica Educare, 21*(3), 1-31. https://www.scielo.sa.cr/scielo.php?pid=S1409-42582017000300397&script=sci_abstract&tlng=es

Cedeño Suárez, M. (2001). Aportes de la investigación cualitativa y sus alcances en el ámbito educativo. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación", 1*(1), 1-23. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44710105

Coll, C. y Solé, I. (2011). *Aprendizaje significativo y ayuda pedagógica* [Archivo PDF] https://idoc.pub/documents/idocpub-1d479x1k22l2

D'Ambrosio, U. (2014). Las bases conceptuales del Programa Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(2), 100-107. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/126

D'Ambrosio, U. (2021). *Las dimensiones políticas y educacionales de la etnomatemática* [Archivo PDF]. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/49178

De la Hoz Molinares, E., Pacheco Fernández, J. y Trujillo Varilla, O. (2019). Números y universo en las comunidades indígenas: kogui, arhuaca, wiwa y kankuama de la Sierra Nevada de Santa Marta. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 12*(3), 40-58. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/518

Decreto 22072 de 1993 [con fuerza de ley]. Crea Subsistema Educación Indígena. 26 de abril de 1993. https://www.pgrweb.go.cr/scij/Busqueda/Normativa/Normas/nrm_texto_completo.aspx?param1=NRTC&nVal or1=1&nValor2=10147&nValor3=10857&strTipM=TC

Fernández González, J., Elortegui Escartín, N., Rodríguez García, J. y Moreno Jiménez, T. (1999). *¿Cómo hacer unidades didácticas innovadoras?* [Archivo PDF].

https://www.grupoblascabrera.org/webs/ficheros/08%20Bibliograf%C3%ADa/02%20Forprof/01%20Elaboracion%20de%20unidades%20didacticas.pdf

Fernández Carballo, R. (2001). *La entrevista en la investigación cualitativa* [Archivo PDF]. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/pensamiento-actual/article/view/8017

Fernández Álvarez, H., Morales Reyes, J. y Quesada Segura, S. (2018). *Análisis didáctico, como fundamentación teórica, en la elaboración de materiales didácticos coherentes con el Programa de Estudios de Matemática de Costa Rica: el caso de la función lineal y de la función cuadrática* [Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, Universidad Nacional de Costa Rica]. https://repositorio.una.ac.cr/handle/11056/26060

Fernández Aráuz, A. (2018). *Estadísticas Del Subsistema de Educación Indígena de Costa Rica Historia y situación actual (1800 - 2016)* [Archivo PDF]. https://www.mep.go.cr/indicadores_edu/BOLETINES/ind.pdf

Fernández Puma, F. (2019). *Enseñanza – aprendizaje de la función lineal mediante GeoGebra en 10mo año de EGB de la unidad educativa Luis Cordero de la ciudad de Azogues.* [Trabajo de titulación previo a la obtención del título de licenciatura, Universidad Nacional de Educación]. http://201.159.222.12:8080/handle/56000/1439

Fuentes Leal, C. (2014). Algunos enfoques de investigación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 7*(1), 155-170. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274030901007

Gallo Duarte, E. (2018). *Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa Geogebra con el fin de contribuir con el aprendizaje en los estudiantes del grado noveno de la I.E.D Codema* [Tesis de

Maestría, Universidad de la Sabana]. https://intellectum.unisabana.edu.co/handle/10818/34109

Gamboa Graus, M. y Fonseca Pérez, J. (2014). Las unidades didácticas contextualizadas como alternativa para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática. *Revista Órbita Pedagógica, 1*(3), 1-28. https://core.ac.uk/download/pdf/268043938.pdf

García Aretio, L. (1997). *Una propuesta de estructura de Unidad Didáctica y de Guía Didáctica* [Archivo PDF]. https://www.researchgate.net/publication/235664767_Una_propuesta_de_estructura_de_Unidad_Didactica_y_de_Guia_Didactica

Gavarrete Villaverde, M. (2012). *Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica* [Tesis de Doctorado, Universidad de Granada]. https://digibug.ugr.es/handle/10481/27806

Gavarrete Villaverde, M. (2015). Etnomatemáticas indígenas y formación docente: una experiencia en Costa Rica a través del modelo MOCEMEI. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *8*(2), 136-176. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=274041586007

Guerrero Bejarano, M. (2016). La investigación cualitativa. *INNOVA Research Journal*, *1*(2), 1-9. https://revistas.uide.edu.ec/index.php/innova/article/view/7

Guevara Víquez, F. y Solano Alpízar, J. (2017). *La escuela y los pueblos indígenas de Costa Rica: Políticas, indicadores educativos y planificación multilingüe* [Archivo PDF]. https://repositorio.una.ac.cr/handle/11056/22798

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. (6ta. ed.) McGraw Hill.

Hernández Ramírez, Z. (2016). *Panel de especialistas: Cultura, procesos cognitivos y evaluación* [Archivo PDF]. https://historico.mejoredu.gob.mx/wp-content/uploads/2019/01/Word_Zosimo_Hernandez.pdf

Hernández Sampieri, R. y Mendoza Torres, C. (2018). *Metodología de la investigación: Las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta*. McGraw Hill México.

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (2013). *Aprendizaje Colaborativo Técnicas Didácticas* [Archivo PDF]. https://www.orientacionandujar.es/2013/09/23/aprendizaje-colaborativo-tecnicas-didacticas/

Leyton Legües, D. (2016). La entrevista etnográfica en clave multi-contextual. *Nativo Digital., Revista del Laboratorio de Etnografía, 1*(1), 77-91. https://www.researchgate.net/publication/327579331_LA_ENTREVISTA_ETNOGRAFICA_EN_CLAVE_MULTI-CONTEXTUAL_En_Nativo_Digital_Revista_del_Laboratorio_de_Etnografia_de_la_Universidad_de_Chile_Vol1_Num1_2016https://facso.uchile.cl/dam/jcr:4e54ab22-f39b-41bd-9391-933f0c0baefd/7-nd-leyton.pdf

Massimino, L. (2010). *Teoría Constructivista del aprendizaje*. https://es.scribd.com/document/424863246/Teoria-Constructivista-Del-Aprendizaje-Webquest-Laura-Massimino

Matute Zelaya, M. (8 de mayo de 2015). *Enfoques, Modelos y Técnicas de Educación*. Enfoques y Modelos Educativos. https://enfoquesymodeloseducativos.wordpress.com/2015/05/08/enfoques-modelos-y-tecnicas-de-educacion/

May Cen, I. (2015). George Polya (1965). Cómo plantear y resolver problemas [título original: How To Solve It?]. México: Trillas. 215 pp. *Entreciencias: Diálogos en la Sociedad del Conocimiento, 3*(8), 419-420. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=457644946012

Mena Romaña, A. y Henao Restrepo, F. (2018). *Enseñanza y aprendizaje de la función lineal: un estudio desde la teoría modos de pensamiento* [Tesis de Maestría, Universidad de Medellín]. https://repository.udem.edu.co/handle/11407/6322?show=full

Mesa Nacional Indígena de Costa Rica. (2009). *Así vivimos los pueblos indígenas: diagnóstico niñez y adolescencia indígena* [Archivo PDF]. https://poblacion-indigena.iniciativa2025alc.org/asi-vivimos-los-pueblos-indigenas-diagnostico-ninez-y-adolecencia-indigena/

Meza Paucar, T. y Bao Condor, C. (2019). Aplicación de materiales etnomatemáticos para la enseñanza y aprendizaje en estudiantes universitarios. *Revista científica Investigación Valdizana*, 13(3), 135–142. https://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/342

Ministerio de Educación Pública. (2012). *Programas de estudio de Matemáticas I y II ciclo de la educación primaria, III ciclo de educación general básica y educación diversificada* [Archivo PDF]. https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2013a). *Liceos Rurales Propuesta Curricular* [Archivo PDF] https://ddc.mep.go.cr/iii-ciclo-y-educacion-diversificada/liceos-rurales

Ministerio de Educación Pública. (2013b). *Los Bribris y Cabécares de Sulá* [Archivo PDF]. https://mep.go.cr/educatico/minienciclopedias-pueblos-indigenas

Ministerio de Educación Pública. (2014). *Los Cabécares de Chirripó* [Archivo PDF]. https://mep.go.cr/educatico/minienciclopedias-pueblos-indigenas

Ministerio de Educación Pública. (2015). *Fundamentación Pedagógica de la Transformación Curricular: Educar para una nueva ciudadanía* [Archivo PDF]. https://www.mep.go.cr/sites/default/files/documentos/transf-curricular-v-academico-vf.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2019). *Programa de estudio de cultura cabécar en Chirripó, primer ciclo* [Archivo PDF]. https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/cultura-cabecar-chirripo%20Iciclo.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2020). *Lineamientos técnicos para la elaboración de la prueba escrita en el marco de transformación curricular* [Archivo PDF]. https://cajadeherramientas.mep.go.cr/faro_referencias/4_ref_apoyos_eval/componentes/pruebas/lineamientos_prueba_escrita.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2021). *Liceo Rural Kabebata*. [Archivo PDF] https://bit.ly/3wZ3RCV

Monestel, E. (2017). *Contextualización de la enseñanza indígena cabécar respecto de las operaciones básicas con números enteros en el nivel de sétimo año en el Liceo Rural Roca Quemada, Turrialba* [Tesis de Licenciatura no publicada]. Universidad Americana.

Morales Beleño, M., Aroca Araújo, A. y Álvarez Toro, L. (2018). Etnomatemáticas y Educación matemática: análisis a las artesanías de Usiacurí y educación geométrica

escolar. *Revista Latinoamericana De Etnomatemática, 11*(2), 120-141. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/520

Moreno Doña, A. y Calvo Muñoz, C. (2010). Etnoeducación, educación física y escuela: transitando desde la educación informal a la escuela autoorganizada. *Ágora para la Educación Física y el Deporte, 12*(2), 131-150. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3311627

Murillo Tsijli, M. (2010). *Introducción a la matemática discreta*. (4ª ed.). Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Naranjo Pereira, M. (2009). Motivación: perspectivas teóricas y algunas consideraciones de su importancia en el ámbito educativo. *Revista educación, 33*(2), 153-170. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/educacion/article/view/510/525

Oliveras Contreras, M. y Gavarrete Villaverde, M. (2012). Modelo de aplicación de etnomatemáticas en la formación de profesores para contextos indígenas en Costa Rica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 15*(3), 339-372. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362012000300005

Ortega Cobo, L. y Giraldo Paredes, H. (2019). Una revisión crítica del concepto de etnoeducación. Caminando hacia la educación propia desde las prácticas corporales en las comunidades indígenas. *Mundo Amazónico, 10*(2), 70-88. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=9135956

Otero Macías, C. (2015). *Estrategia didáctica para el aprendizaje significativo de las operaciones suma y resta en el conjunto de los números enteros con los estudiantes del grado 7° de la institución educativa Ana de Castrillón* [Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia]. https://www.docsity.com/es/estrategia-

didactica-para-el-aprendizaje-significativo-de-las-operaciones-suma-y-resta-en-el-conjunto-de-los-numeros-enteros/4686733/

Peralta Martínez, C. (2009). Etnografía y métodos etnográficos. *Revista Colombiana de Humanidades*, (74), 33-52. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=515551760003

Quintana Peña, A. (2006). *Metodología de investigación científica cualitativa* [Archivo PDF]. http://biblioteca.udgvirtual.udg.mx:8080/jspui/handle/123456789/2724

Ramos Galarza, C. (2020). Los Alcances de una investigación. *CienciAmerica, 9*(3), 1-5. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=7746475

Rodríguez Izquierdo, R. y González Faraco, J. (2021). La educación culturalmente relevante: un modelo pedagógico para los estudiantes de origen cultural diverso. Concepto, posibilidades y limitaciones. *Teoría de la Educación. Revista Interuniversitaria*, 33(1), 153-172. https://revistas.usal.es/tres/index.php/1130-3743/article/view/teri.22990

Roldán Cruz, E. (2013). *El aprendizaje de la función lineal, propuesta didáctica para estudiantes de 8° y 9° grados de educación básica* [Archivo PDF]. https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/21934

Romero Trenas, F. (2009). Aprendizaje significativo y constructivismo. *Temas para la educación, 8*(3). https://www.feandalucia.ccoo.es/docu/p5sd4981.pdf

Rosa, M. y Orey, D. (2018). Un enfoque etnomatemático de la modelación a través de la Etnomodelación. Revista Anales, 1(376), 19-34. https://revistadigital.uce.edu.ec/index.php/anales/article/view/1761

Rosa, M., Orey, D. y Gavarrete, M. (2017). El programa Etnomatemáticas: Perspectivas Actuales y Futuras. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 10*(2), 69-87. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/386/402

Salgado Lévano, A. (2007). Investigación cualitativa: diseños, evaluación del rigor metodológico y retos. *Liberabit. Revista de Psicología, 13*, 71-78. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=68601309

Sánchez Díaz, M y Vega Valdés, J. (2003). Algunos aspectos teórico-conceptuales sobre el análisis documental y el análisis de información. *Ciencias de la información, 34*(2), 49-60. https://biblat.unam.mx/es/revista/ciencias-de-la-informacion/articulo/algunos-aspectos-teorico-conceptuales-sobre-el-analisis-documental-y-el-analisis-de-la-informacion

Sánchez Ávila, A. (2017). Elementos de la cultura cabécar relacionados con nociones matemáticas que se estudian a nivel de educación primaria en Costa Rica. *Innovaciones educativas, 19*(26), 21-37. https://revistas.uned.ac.cr/index.php/innovaciones/article/view/1851

Sandoval Casilimas, C. (1996). Investigación cualitativa [Archivo PDF]. https://biblioteca.udgvirtual.udg.mx/jspui/handle/123456789/2815

Saumell Marreno, N. (2021). La etnomatemática. Su importancia para un proceso de enseñanza aprendizaje con significación social y cultural. *Revista Conrado,* 17(82), 103-110. https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1937

Schettini, P. y Cortazzo, I. (2015). *Análisis de datos cualitativos en la investigación social: Procedimientos y herramientas para la interpretación de información cualitativa* [Archivo PDF]. https://www.researchgate.net/publication/346260277_Analisis_de_datos_cualitativo

s_en_la_investigacion_social_Procedimientos_y_herramientas_para_la_interpretacion_de_informacion_cualitativa

Schliemann Radbruch, C. (2012). La autonomía de los pueblos indígenas de Costa Rica una contrastación del estándar internacional con la legislación nacional y su implementación. *Revista Latinoamericana De Derechos Humanos, 23*(1), 145-185. https://www.revistas.una.ac.cr/index.php/derechoshumanos/article/view/5292

Sepúlveda López, A., Medina García, C. y Sepúlveda Jáuregui, D. (2009). La resolución de problemas y el uso de tareas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática*, *21*(2), 79-115. https://www.researchgate.net/publication/262735805_La_resolucion_de_problemas_y_el_uso_de_tareas_en_la_ensenanza_de_las_matematicas

Ugalde, A. (2012). *Propuesta Metodológica para la Enseñanza de los Números Enteros en el nivel de sétimo año de Liceos Rurales Indígenas Cabecar de Turrialba en el año 2012* [Tesis de Licenciatura no publicada]. Universidad Americana.

UNICEF. (2020). *Modelo lógico Estrategia de Etnoeducación del Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia – UNICEF Documento de trabajo.* [Archivo PDF]. https://www.unicef.org/colombia/sites/unicef.org.colombia/files/2020-04/Modelo%20l%C3%B3gico%20Etnoeducacion%20FINAL.pdf

Universidad Internacional de Valencia. (2018). *El aprendizaje situado: un enfoque social y orientado al contexto social*. https://www.universidadviu.com/es/actualidad/nuestros-expertos/el-aprendizaje-situado-un-enfoque-social-y-orientado-al-contexto

Vásquez Hernández, A. y Trigueros Rodríguez, E. (2015). Etnomatemática en Costa Rica: Un acercamiento a su perspectiva socio-histórica. *Revista Latinoamericana de*

*Etnomatemática*, *8*(3), 69-91. https://www.revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/184

Vásquez Hernández, A. y Torres Hernández, R. (2018). *Contextualización de contenidos curriculares desde la cosmovisión del pueblo Bribri Cabécar de Costa Rica a partir de la etnomatemática* [Archivo PDF]. https://repositorio.una.ac.cr/handle/11056/20195?show=full

Watson Soto, H. y Camacho Brown, L. (2015). Acercamiento al Proceso de Socialización de la Población Infantil Cabécar de Chirripó. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, *15*(2), 1-30. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=44738605001

Zafra Galvis, O. (2006). Tipos de Investigación. *Revista Científica General José María Córdova*, *4*(4), 13-14. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=476259067004

# Anexos

## 1. Instrumentos de recolección de datos

**Universidad de Costa Rica**

**Escuela de Formación Docente**

**Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática**

---

**GUÍA DE ENTREVISTA DIRIGIDA A DOCENTES DEL CENTRO EDUCATIVO**

**Estimado (a) funcionario (a):**

A continuación, se presenta una guía de entrevista semiestructurada relacionada con el Trabajo Final de Graduación "Propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal, dirigida a docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de Turrialba".

La información que se brinde será utilizada con absoluta confidencialidad y únicamente para efectos de esta investigación, por tanto, se espera que las respuestas brindadas se realicen con mayor sinceridad y confianza, y de antemano se agradece su importante aporte para el desarrollo de este trabajo de investigación.

**I Parte. Aspectos generales.**

En cuanto a su experiencia como docente en el centro educativo:

**1.** ¿Cuánto tiempo tiene de ejercer en la asignatura de Matemática?

( ) Menos de 1 año.

( ) De 1 a menos 3 años.

( ) De 3 a menos de 5 años.

( ) Más de 5 años.

**2.** ¿Cuánto tiempo tiene de ejercer en este centro educativo?

( ) Menos de 1 año.

( ) De 1 a menos 3 años.

( ) De 3 a menos de 5 años.

( ) Más de 5 años.

**3.** ¿Cuál es su nivel académico?

( ) Bachillerato.

( ) Licenciatura.

( ) Maestría.

( ) Otro: ¿Cuál?

**4.** ¿Labora en otras instituciones educativas?

( ) Sí. (diríjase a la pregunta 5)

( ) No. (diríjase a la pregunta 6)

**5.** ¿En cuáles instituciones labora?

**6.** ¿Durante su proceso de formación inicial tuvo participación en actividades relacionadas con la cultura y cosmovisión cabécar?

( ) Sí. (diríjase a la pregunta 7)

( ) No. (diríjase a la II Parte)

**7.** ¿En cuáles actividades ha participado?

**II PARTE. Ejecución de las Políticas Educativas del Ministerio de Educación Pública (MEP)**

**1.** ¿Cuáles ejes disciplinares del Programa de Matemática aplica en su labor docente?

**2.** ¿Cómo aplica dichos ejes disciplinares del Programa de Matemática en su labor docente?

**3.** ¿Cuáles de los pilares de la Transformación Curricular: ¿Educar para una Nueva Ciudadanía aplica en su labor docente?

**4.** ¿Cómo aplica dichos pilares de la Trasformación Curricular: ¿Educar para una Nueva Ciudadanía en su labor docente?

**III PARTE. Estrategias implementadas por parte del docente para favorecer la mediación pedagógica**

**1.** ¿Cuáles recursos utiliza para contextualizar los contenidos matemáticos?

**2.** ¿Cuáles materiales didácticos implementa en la enseñanza de contenidos matemáticos?

**3.** ¿Ha implementado actividades como talleres, juegos, laboratorios, exposiciones, proyectos, análisis de casos u otras similares?

**4.** ¿Existen espacios que fomenten el desarrollo de vivencias compartidas con los estudiantes y pobladores del territorio indígena cabécar?

( ) Sí. (pase a la pregunta 6)

( ) No. (diríjase a la pregunta 7)

**5.** Indique cuáles espacios se brindan

**6.** ¿Cuáles conocimientos de la cultura cabécar incorpora en las estrategias de enseñanza de la Matemática?

**IV PARTE. Estrategias implementadas por parte del docente para la mediación pedagógica del contenido de función lineal.**

**1.** ¿Cuáles estrategias metodológicas ha implementado para la enseñanza del contenido de función lineal?

**2.** ¿Cuáles son las principales dificultades que se han presentado al abordar el contenido de función lineal?

**3.** ¿Cuáles son las principales dificultades que han presentado los estudiantes al aprender el contenido de función lineal?

**4.** ¿Ha logrado contextualizar el contenido de función lineal con las tradiciones y cosmovisión de la cultura cabécar?

( ) Sí. Explique su respuesta

( ) No. Explique su respuesta

**Muchas gracias por su colaboración**

**Universidad de Costa Rica**

**Escuela de Formación Docente**

**Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática**

## GUÍA DE ENTREVISTA DIRIGIDA A LOS HABITANTES NATIVOS DEL TERRITORIO INDÍGENA CABÉCAR DE TURRIALBA

**Estimado (a) miembro del territorio indígena cabécar:**

A continuación, se presenta una guía de entrevista semiestructurada relacionada con el Trabajo Final de Graduación "Propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal, dirigida a docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de Turrialba". La información que se brinde será utilizada con absoluta confidencialidad y únicamente para efectos de esta investigación, por tanto, se espera que las respuestas brindadas se realicen con mayor sinceridad y confianza, y de antemano se agradece su importante aporte para el desarrollo de este trabajo de investigación.

### I Parte. Aspectos generales.

En cuanto a su experiencia como nativo de la zona indígena cabécar de Turrialba:

1. ¿Pertenece a algún grupo u organización dentro de su comunidad?

   ( ) Sí. (pase a la pregunta 2 y 3)

   ( ) No. (diríjase a la II Parte)

2. Indique los grupos u organizaciones a los que pertenece.

3. ¿Cuánto tiempo tiene de pertenecer a estos grupos u organizaciones?

### II PARTE. ELEMENTOS CULTURALES DE LA POBLACIÓN INDÍGENA CABÉCAR DE TURRIALBA.

1. ¿Cuáles son algunas de las tradiciones de la cultura cabécar?

2. ¿Cuál es la principal tradición de la cultura cabécar? ¿En qué consiste dicha tradición y quienes participan en la misma?

3. ¿Qué tradiciones o costumbres propias de la cultura cabécar mantiene actualmente dentro de su familia?

4. ¿Los miembros de la comunidad se reúnen para realizar alguna actividad cultural?

   ( ) Sí. (pase a la pregunta 5 y 6)
   ( ) No. (diríjase a la pregunta 7)
5. ¿Cuáles son esas actividades?

6. ¿Qué labor desempeña usted dentro de estas actividades?

7. ¿Cuáles saberes se desean transmitir a través de las tradiciones de la cultura cabécar?

8. Explique ampliamente con sus propias palabras la cosmovisión de la cultura cabécar.

**Muchas gracias por su colaboración**

**Universidad de Costa Rica**

**Escuela de Formación Docente**

**Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática**

---

## GUÍA DE OBSERVACIÓN DIRECTA NO PARTICIPANTE

**Estimado (a) miembro del territorio indígena cabécar:**

A continuación, se presenta una guía de observación directa no participante relacionada con el Trabajo Final de Graduación "Propuesta didáctica para abordar el contenido de función lineal, dirigida a docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata de Turrialba". La información que se brinde será utilizada con absoluta confidencialidad y únicamente para efectos de esta investigación, por tanto, se espera que las respuestas brindadas se realicen con mayor sinceridad y confianza, y de antemano se agradece su importante aporte para el desarrollo de este trabajo de investigación.

**I Parte. Aspectos generales.**

Fecha de observación:

Lugar observado:

Encargado de la observación:

Objetivo específico:

- Identificar desde la etnomatemática los factores socioculturales requeridos para el diseño de una propuesta didáctica en el contenido de función lineal, dirigido a los docentes de las instituciones Liceo Rural de Grano de Oro y el Liceo Rural Kabebata, de la Dirección Regional de Turrialba, por medio de entrevistas etnográficas.

Aspectos por observar:

- Cosmovisión de la cultura cabécar
- Tradiciones de la cultura cabécar
- Interacción con miembros de la comunidad
- Interacción con personas externas de la comunidad
- Métodos de enseñanza de la cultura cabécar

**II Parte. Registro de lo observado.**

A continuación, se detalla la información observada en el territorio indígena cabécar:

**Muchas gracias por su colaboración**